

Optimizing property valuation: A systematic approach for selecting comparable sales based on similarity and reliability criteria in the Market Comparison Approach

Francesca Salvo¹, Daniela Tavano^{1,*}

¹ Department of Environmental Engineering, University of Calabria, Rende, Via Pietro Bucci, 87036 Arcavacata, Italy; francesca.salvo@unical.it; daniela.tavano@unical.it

* corresponding author

Keywords

real estate valuation,
market value, real estate
sample, the best
combination of
comparable sales,
similarity and reliability
degree, ideal point
method

Abstract

The Market Comparison Approach (MCA) is the most widely utilized method for assessing a property's market value. This approach entails comparing the property to a selection of similar properties with known sale prices. It operates on the premise that the market assigns a property's price in a manner akin to how it prices comparable properties. The accuracy of the MCA is closely linked to the quality of the process used for selecting these comparable properties; the closer the similarities and the more reliable the sale prices, the higher the precision of the assessment. The valuer's objective is to identify the optimal combination of comparable sales that meet the standards of similarity and reliability. This study introduces a systematic procedure for selecting the most suitable comparable sales, employing quantitative metrics to evaluate both property similarity and the transparency and dependability of their sale prices. The methodology leverages the «Ideal Point Method» operational principles to classify and select the most appropriate comparables. This ensures a thorough and replicable process in choosing reference properties for accurate market value assessment. This research underscores the critical significance of selecting comparable properties, as this choice can substantially influence the diversity of valuation outcomes. With proper evaluation criteria, interpreting and justifying these results can prove easier. The findings from case studies indicate that the MCA demonstrates enhanced effectiveness when applied to a carefully curated selection of comparables based on specific criteria, as evidenced by minimal discrepancies between adjusted prices and reduced forecasting error margins. Additionally, the analysis shows a notable decline in the model's accuracy as the dataset size increases, attributed to the inclusion of less suitable comparable properties in the valuation process.

1. Introduction

Property valuation plays essential roles in the property market for loan purposes, sale transactions, and portfolio management or performance measurement (Ajibola, 2010). Due to the

complex dynamics of real estate markets and the high differentiation of properties, the accurate appraisal of property market value, in turn, is crucial for ensuring a stable and transparent real estate market (Del Giudice et al., 2017; De Paola et al., 2023). On the other hand, since real estate is a crucial asset for most people, undervaluing or overvaluing it can lead to problems for both owners and buyers (Guijarro, 2021). Analyzing the factors contributing to property valuation inaccuracies can be very useful in ensuring the reliability of property valuations. Some scholars have argued that the primary factors currently influencing valuation inaccuracies are the inexperience of valuers; the selection, interpretation, and utilization of comparable evidence in a property valuation exercise; and the intricate nature of the subject property in terms of design, age, material specifications, and the repair state (Abidoye et al., 2021; Salvo et al., 2022c; De Ruggiero et al., 2022). Valuers use their judgment in various aspects of the valuation process, including interpreting property features, selecting comparable sales, assessing market dynamics, and determining the materiality of information. All this highlights the critical role of professional judgment in ensuring valuation reports' accuracy, reliability, and relevance.

Establishing whether a property valuation is accurate or not is sometimes delicate. In most cases, this circumstance depends on the variance in property assessment, which represents the discrepancy in opinion of values between two or more valuation professionals on the same property (Babawale, 2013; Mohammad et al., 2018; Crosby, 2000). Practical experience demonstrates that even when two valuers apply the same methodology, they can arrive at different property values. This discrepancy is often due to varying combinations of comparable sales, a phenomenon particularly evident in the MCA application. Determining the most appropriate property value can be challenging under these circumstances, highlighting the importance of fully understanding the MCA method.

The Market Comparison Approach (MCA), as outlined by the Appraisal Institute (1996), is a method for determining the market price of real estate by comparing the property being appraised to a selection of similar properties that have recently sold at known prices. This approach is grounded in the principle that the market sets the value of the property in question in a manner analogous to how it evaluates comparable properties. Systematic adjustments are then made to the sale prices of these comparables to account for any differences in characteristics between them and the subject property (Simonotti, 2006). When there are significant differences between the comparable properties and the subject property, substantial adjustments to their sale prices are necessary to account for these disparities accurately. Conversely, the adjustments needed are less pronounced when the properties are more alike. As a result, a slight divergence in adjusted prices indicates that the selected comparables are valid and appropriate. In contrast, a more significant divergence suggests the need to identify more suitable comparables.

A comprehensive understanding of the mechanisms involved in the MCA is vital for addressing a critical question: «What is the most accurate appraised value for a specific property based on the MCA?» This valuation is closely related to carefully selecting comparable transactions used as input data for the process (French, 2023; Gabrielli & French, 2021). For each property under evaluation, an «optimal combination of comparable sales» can be derived from all available transactions that meet a minimum comparability standard with the subject property. Consequently, the valuer's task is to identify this optimal configuration and assign the most accurate appraised value to the property.

2. Aim

According to the International Valuation Standards (IVS) (IVSC, 2024), the market approach indicates value by comparing the asset under assessment with similar assets, called comparables, for which price information is available. A fundamental principle of the market approach is that the property's market value is directly linked to the prices of similar properties, considering their similarities and differences (Guijarro, 2021). To determine the value of a property, the valuer must carefully select and analyze several assets that have been recently sold (Pagourtzi et al., 2003; Benvenuti et al., 2023; Salvo et al., 2021b). To effectively address this circumstance, it is imperative to establish transparency in the real estate market and to ensure access to a comprehensive database containing accurate information about transaction sales (Bellman, 2022; Morano et al., 2024; Salvo et

al., 2022a). However, achieving this goal often proves challenging due to the consistent scarcity of real estate data and the inherent opaqueness of related markets, which are pervasive across various national contexts (e.g., Italy) (De Paola, 2024; Del Giudice et al., 2018). These phenomena can be attributed to a multitude of factors, including resistance to change within the real estate sector, the absence of standardized registration practices, the lack of regulatory requirements mandating complete disclosure of information, the limitations or incompleteness of information in public data, and the private sector's reluctance to disclose transaction prices (Salvo et al., 2020).

In addition to the challenges mentioned above, property market valuation surveys typically involve limited data due to the small set of similar properties and reliable selling prices (Simonotti, 1985; Gnat, 2021; Mora-Garcia et al., 2022). The properties being recorded should be similar in physical, technical, functional, and economic aspects, and their prices should serve as a necessary reference point for the appraisal. As a result, this information needs to be accurate and reliable. Additional challenges include spatial constraints in real estate and time limitations related to market price fluctuations. Due to these conditions, the sample used for the appraisal is often considered «very small» (Simonotti, 1985). In these cases, the so-called "Appraisal System" (or "General Appraisal System," GAS) and the "Market Comparison Approach" (MCA) have traditionally been the only methods capable of providing a quantitative measure of the value of an asset (Tecnoborsa, 2018). More recently, a new method based on the Maximum Entropy Principle with Lagrange multipliers has been proposed, showing strong adaptability in cases with limited transaction data (De Paola, 2024).

The MCA is the market approach procedure most widely known and used worldwide. In Italy, the application of this procedure has been delayed by the need for more available market data and the absence of property databanks from which data on individual appraisals can be obtained. The introduction of significant modifications compared to its United States counterpart, particularly regarding the approach used for assessing the hedonic price of real estate characteristics (Simonotti, 2006), has made its diffusion possible in Italy. Nowadays, the MCA is listed among the leading market approach procedures to be used at a single property asset level by numerous Italian public and private entities guidelines as a model that respects the principles of European and International valuation standards (Italian Revenue Agency, 2011; OIV, 2015; ABI, 2022).

In the context of applying the MCA method, it is generally accepted that three reliable data points are sufficient to accurately assess the value of a property (Tecnoborsa, 2018). However, the accuracy of this assessment is significantly dependent on the quality of the sales transaction data utilized, specifically on its similarity and reliability. In Italy, the Real Estate Market Observatory (the so-called "Osservatorio del Mercato Immobiliare" or OMI) and the Valuation Services of the Revenue Agency (known as "Agenzia delle Entrate") have proposed specific criteria for evaluating the admissibility of comparable properties. The OMI provides a standardized data system for the real estate market, including information on average sale prices for different property types, categorized by geographic areas and specific characteristics. These data can serve as the basis for a preliminary test of the comparable sales' admissibility, which verifies whether the selected properties reflect the market dynamics of the reference area and are sufficiently similar to the appraised property. Implementing a preliminary admissibility test based on standardized market data allows valuers to screen and select relevant and representative information effectively. However, this test is merely the first step in the selection process of comparable sales. It is essential to establish a well-defined procedure that considers the specific characteristics of the properties appraised, ensuring that an adequate number of similar and reliable comparable sales are included to avoid overestimating or underestimating the property's value. Additionally, adopting a systematic approach to selecting comparable sales helps minimize the risks associated with subjective judgment, reducing biases and enhancing the credibility of the valuation report. Such a structured framework enables valuers to apply their professional judgment more effectively, ensuring that all relevant factors are accounted for and that the selected comparable sales accurately reflect market conditions and the property's unique features.

Recognizing the crucial role of valuers in ensuring the precision, dependability, and significance of property valuation and the importance of selecting comparable sales, the research aims to

establish a procedure to help valuers identify the optimal combination of comparable sales for MCA application. The developed model borrows the operative logic of the “Ideal Point Method,” a decision-making approach that ranks alternatives based on their distance from a theoretically ideal point, representing the optimal solution across all criteria. In this approach, each alternative is evaluated by calculating its distance from the ideal point, with the closest alternatives being the most preferred. In this case, it helps identify the best comparable properties, ensuring a more accurate and reliable market value appraisal. To opportunely test the model's performance, it was applied to a sample of comparable sales relating to residential apartments in the Quattromiglia neighborhood of Rende City, Southern Italy.

The proposed model is significant for practical applications. It provides valuable support for valuation professionals in determining the most appropriate comparable sales for assessing property market value. It also helps banks and real estate funds management companies to identify the most reliable opinion of value among multiple assessments conducted by different valuers on the same property, thereby avoiding risks of undervaluation or overvaluation.

The paper is structured as follows. Section 3 offers a comprehensive review of the critical literature on the evolution of the Market Comparison Approach and outlines the methods for selecting comparable sales. Section 4 delves into the methodologies employed in this study, including the MCA and the specific coefficients used to evaluate the similarity among comparable properties and the reliability of their selling prices. Additionally, it introduces the developed model for determining the optimal combination of comparable sales based on the «ideal point» approach. Section 5 provides a brief overview of the study's geographical context and real estate sample, followed by applying the proposed model to six case studies. Section 6 interprets and discusses the findings generated from these applications. Finally, Section 7 presents the study's conclusions.

3. Literature review

Among the various multiparametric market-oriented approaches, the Market Comparison Approach (MCA) is Italy's most widely utilized real estate valuation method. This preference is mainly due to its effectiveness in limited sales data, providing the flexibility that methods like multiple linear regression—which necessitate extensive datasets and numerous explanatory variables—cannot offer. A vital advantage of the MCA is its ability to operate with small or small sample sizes, making it particularly valuable in real estate contexts where information is often scarce and fragmented (Simonotti, 1987). However, the MCA is not without its criticisms, particularly concerning its susceptibility to subjective judgments, which can undermine the reliability and verifiability of its outcomes (Wiltshaw, 1995). Consequently, numerous scholars have undertaken thorough analyses of this method, devising strategies to minimize or eliminate these subjective elements to enhance objectivity and precision in the valuation process.

A substantial body of literature on the sales comparison approach is reviewed by Lentz and Wang (1998), who summarize several academic books and articles addressing this valuation method. Colwell, Cannaday, and Wu (1983) focus on deriving adjustment factors using the ordinary least squares (OLS) method instead of relying solely on the appraiser's judgment. Manaster (1991) noted that when the sales comparison approach was applied rigorously, different appraisers often arrived at similar final appraisals using slightly different methodologies. Several academic studies delve deeper into the MCA. Isakson (1986, 1988) introduced the nearest neighbor appraisal technique (NNAT), which calculates property values as a weighted average of actual selling prices of comparable properties. The weights in NNAT are based on a multidimensional measure of similarity, giving greater importance to properties similar to the subject. This method eliminates the need to adjust the selling prices of comparable properties. Vandell (1991) proposed a minimum variance approach to select and weight comparable properties by minimizing the variance among the adjusted values, while Gau, Lai, and Wang (1992, 1994) extended Vandell's work by using the coefficient of variation as the minimization criterion. Both methods employ dollar-additive techniques and OLS-derived adjustment factors for calculating adjusted values. However, the computational complexity of the NNAT, Vandell's minimum variance method, and Gau, Lai, and Wang's minimum coefficient of

variation have limited their adoption in professional practice. Pace (1998) presented the MCA methodology using matrix algebra, allowing a more detailed exploration of the approach's theoretical aspects. However, his model did not fully reflect appraisers' practical application of the sales comparison approach. In contrast, Isakson (2002) proposed a representation of the sales comparison approach using linear algebraic equations. The critical difference between the perspectives of appraisers and academics regarding this system lies in the assumption of a single price. Appraisers often use multiple indicated values, which necessitates subjective adjustments, in contrast to the objective calculation of adjustment parameters favored in academic models. Shih-Ming You and Chang (2009) expanded upon the traditional weight model by directly forecasting weights, moving beyond mere value prediction.

The MCA has been adapted in Italy with notable modifications compared to its U.S. counterpart, particularly in estimating hedonic prices for real estate characteristics (Simonotti, 2006; Salvo et al., 2021a). The Italian approach seeks to quantify hedonic prices without relying on complex methodologies such as ADAM, APAM, and MPAM, which are challenging to implement in the Italian context. Instead, it is grounded in a mathematically based framework that incorporates economic principles like market value, cost value, transformation value, complementary value, and subrogation value (Salvo et al., 2022b).

Various academic inquiries have enhanced the methodology, particularly trying to identify the most suitable sample of comparable sales to utilize in the process. While selecting a comparison sample of properties similar to the subject property is the central concern in market-oriented valuation methods (Harris, 2002; Benvenuti et al., 2023; Morano et al., 2024), no standardized procedure exists for systematically selecting comparable sales. Given that not all sales are equally comparable to the subject property—some sales exhibit more significant similarity than others—a research focus has been placed on developing weighting systems to quantify this similarity and guide the selection process (Kummerow, 2003). McCluskey and Borst (1997) employed a distance metric to determine the degree of similarity between the subject property and the comparable sales. Various distance metrics, such as Minkowski, Manhattan, and Mahalanobis distances (Thanos & Dubé, 2022), are frequently used to measure the similarity between properties. These metrics consider multiple property characteristics and can empirically support identifying the most appropriate comparable sales for application in the MCA. Once these distance metrics are calculated and the closest comparable sales are identified, a subset of properties sufficiently similar to the subject property can be established (McCluskey et al., 1997; Colwell et al., 1983). Kim et al. (2020) utilized the characteristics of each transaction in a sales dataset to identify the most similar transactions within nearby apartments, measuring the similarity by calculating the cosine similarity of their respective attributes. This approach highlights the utility of similarity measures in enhancing the accuracy and reliability of real estate appraisals within the MCA framework. However, the precision of these appraisals depends not only on the similarity of the sales transaction data but also on the reliability of the associated prices. Therefore, it is essential to establish a rigorous and well-defined procedure for selecting comparable sales data that accounts for both criteria. Such a procedure would enable valuers to select data that more accurately reflect the property's true value, minimizing the risk of including comparable sales with insufficient similarity or reliability, which could either overestimate or underestimate the property's value. Furthermore, employing a systematic approach to selecting comparable sales reduces the risks associated with subjective judgment, thereby limiting biases and enhancing the credibility of the valuation report. This structured framework allows valuers to apply their professional judgment more effectively, ensuring that all relevant factors are considered and that the chosen comparable sales represent market conditions and property characteristics. This research addresses the gap in the lack of a standardized procedure for selecting comparable properties, proposing a systematic approach that integrates the fundamental conditions of comparison—similarity and reliability.

4. Materials and methods

4.1. Market Comparison Approach (MCA) Method

The Market Comparison Approach (MCA) is a valuation technique employed to appraise a property's market value and potential rental income. This method relies on the comparative analysis of the property in question with a select group of similar properties that have recently sold and possess known sale prices (Pagourtzi et al., 2003; Simonotti, 2006; De Ruggiero et al., 2020; Renigier-Biłozor et al., 2022; Salvo et al., 2021c). The foundational principle of the MCA is that the market will establish the price of a property similarly to how it has determined the value of comparable assets. Accordingly, it is reasonable to assert that a buyer would not be inclined to pay a higher price for a property than the cost of acquiring a comparable asset with similar characteristics in the same market. The MCA employs a systematic comparison framework for real estate valuation, focusing on properties' technical and economic attributes.

Upon identifying the distinct characteristics of the subject property and the comparable properties, the appraiser adjusts the known sale prices to reflect the similarity with the subject property. For example, if a comparable property exhibits significant differences from the subject property, its market value must undergo substantial adjustment, resulting in a marked deviation from the original price. Conversely, if a high degree of similarity exists between the two properties, only minor adjustments are required, resulting in an appraised price that closely aligns with the observed sale price. No adjustments would be necessary in scenarios involving perfect identity between properties, and the corrected price would correspond precisely to the original observed price. The final value of the subject property is determined by calculating the average of the adjusted prices. The divergence among these adjusted prices serves as an indicator of the robustness of the valuation process. A low divergence reflects a solid adjustment methodology, signifying that the chosen comparable properties are highly similar to the subject property. In contrast, a high divergence indicates that the selected comparable sales lack comparability, necessitating identifying more closely aligned properties for analysis.

Adjustments are the cornerstone of the MCA valuation process, which comprises the following main stages:

1. Market analysis to detect recent contracts for properties in the same market segment.
2. Collection of complete real estate data (zoning maps, floor plans, photos, etc.).
3. Selection of the property characteristics (elements of comparison).
4. Compilation of the data table (sales summary grid).
5. Appraisal of marginal prices (adjustments).
6. Drafting of the evaluation table (sales adjustment grid).
7. Reconciliation and presentation of the results.

Phases 1 to 3 involve gathering data and selecting the property's characteristics, while Phases 4 to 7 focus on preparing the evaluation report. The pivotal phase is hedonic price analysis (phase 5). Each characteristic is assessed individually, with the corresponding marginal price essential for adjusting the observed prices. The criteria for appraising marginal prices encompass several factors, including price, cost, transformation value, complementary value, and substitution value (Simonotti, 2006). Positive marginal price values indicate that an increase of one unit in the quantity of characteristic results in a higher total price. Conversely, negative values imply that a one-unit increase in a particular characteristic leads to a decrease in the total price. Null values arise when a one-unit variation in the level of a characteristic has no impact on the price.

The MCA highly depends on the quality and availability of data regarding comparable properties. However, this approach faces limitations due to each property's inherent uniqueness, particularly in the case of special-purpose properties, where finding appropriate comparable sales can be challenging. An active market is essential to provide current and reliable sale prices. While more

data is preferable, time-tested evidence suggests that a minimum of three comparable sales is necessary for a robust valuation (Williams, 2004).

4.2. Measures of rationality: degree of similarity and reliability

The concept of comparison is foundational to the valuation process. Market-oriented valuation entails a quantitative assessment of the qualitative differences between the appraised property and comparable properties with established market prices. To ensure a reliable comparison, two fundamental principles must be adhered to:

1. The availability of comparable properties akin to the subject property.
2. The availability of dependable, known prices for comparable properties, uninfluenced by abnormal sales.

The selection of properties with known market prices is pivotal for the validity of the final appraisal. Data availability for property evaluation is often constrained by spatial and temporal limitations inherent in market price dynamics (Simonotti, 1985). The valuation of a unique property commonly presents the challenge of constructing a comparison set that fully satisfies the fundamental comparison conditions. The comparison set may encompass properties only partially similar to the subject property, with varying reliability in their sale prices. The price variability can be attributed to transactions involving buyers with synergistic interests, non-arms-length dealings, distressed sales, and atypical sale circumstances. These factors can impact the accuracy and trustworthiness of the selling price, potentially leading to varying degrees of reliability for the appraisal. Assessing how effectively comparable properties meet critical criteria for achieving a fair and reliable valuation is essential. The similarity and reliability of these properties can be evaluated using specific metrics referred to as «rationality measures» (De Ruggiero & Salvo, 2011; De Ruggiero et al., 2020). Integrating these measures into the valuation analysis significantly reduces uncertainty in the outcome.

4.2.1 Measuring the degree of comparability of comparable properties: the similarity coefficients

The similarity between a subject property and a comparable one can be determined by calculating the “similarity coefficient” (Ciuna et al., 2017).

When developing a measure to assess the similarity between properties, it is crucial to consider all the characteristics that have been gathered. The foundation of this measure lies in comparing the values of these characteristics in the property under evaluation with those in the property being used as a reference. A higher degree of comparability indicates a closer proximity between the values of the property characteristics, while lower comparability signifies a significant distance between the values. Therefore, the measure is essential for understanding the level of similarity or dissimilarity between properties based on their specific characteristics (De Ruggiero and Salvo, 2011).

To measure the similarity degree, we can calculate the sum of the variances between the i -th characteristic of the j -th comparable property and the corresponding characteristic of the assessed property. These variances can be calculated in terms of both absolute value and the square of standardized distances.

The similarity coefficient c_{sim}^j of the j -th comparable, in terms of absolute value, can be expressed in the following way (Eq. 1):

$$c_{sim_a}^j = \frac{\sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n \left| \frac{x_{ij} - x_{i0}}{\bar{x}_i} \right| - \sum_{i=1}^n \left| \frac{x_{ij} - x_{i0}}{\bar{x}_i} \right|}{(m - 1) \cdot \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n \left| \frac{x_{ij} - x_{i0}}{\bar{x}_i} \right|} \quad (1)$$

and, in terms of square standardized distances, in this way (Eq. 2):

$$c_{sim_q}^j = \frac{\sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n \left(\frac{x_{ij} - x_{i0}}{\bar{x}_i} \right)^2 - \sum_{i=1}^n \left(\frac{x_{i0} - x_{i0}}{\bar{x}_i} \right)^2}{(m-1) \cdot \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n \left(\frac{x_{ij} - x_{i0}}{\bar{x}_i} \right)^2} \quad (2)$$

where x_{ij} is the value of the i -th characteristic of the j -th comparable property; x_{i0} is the value of the i -th characteristic of the subject property; $\bar{x}_i$ is the average value of the i -th characteristic considered; m is the number of comparable properties; n is the number of characteristics.

The comparable property exhibiting the highest similarity coefficient bears the closest resemblance to the property under assessment, characterized by the minimal variance in their respective features.

4.2.2 Measuring the reliability of selling prices: the reliability coefficients

Assessing the reliability of selling prices in the real estate market becomes imperative in light of abnormal price fluctuations. A collection of selling prices can be deemed free of anomalies under the following conditions:

- The selling prices were gathered within the same market area.
- The selling prices are recent and align with the definition of market value.
- The selling prices were obtained using a consistent methodology and derived from common, comparable sources.

The reliability of comparable sales can be evaluated using an indicator referred to as the «reliability coefficient» (De Ruggiero & Salvo, 2011). Each comparable property's reliability is assessed based on its price per area unit. This indicator is derived by examining the «proximity» between the unit price of the individual comparable and the average unit price of all sampled properties. Although the sale price of a property is affected by various factors—including the age of the building, the quality of finishes, the timing of the transaction, the urban context, and the property's condition—area remains the most significant factor influencing the intrinsic value of a property. By utilizing the price per unit of area, one can mitigate the influence of the area variable, enabling more consistent and uniform comparisons among different comparables.

The reliability coefficient c_{rel}^j of the j -th comparable j can be expressed as follows (Eq. 3):

$$c_{rel}^j = \frac{\left(1 - \left| \frac{p_j - \bar{p}}{\bar{p}} \right| \right)^{m+1}}{\sum_{j=1}^m \left(1 - \left| \frac{p_j - \bar{p}}{\bar{p}} \right| \right)^{m+1}} \quad (3)$$

where p_j is the price per square meter of the j -th comparable property; $\bar{p}$ is the average value of the prices per square meter of all detected comparable properties; m is the number of comparable properties.

4.2.3 Measuring the degree of comparability of comparable properties and the reliability of selling prices: the composite coefficient

The degree of similarity evaluates the correspondence between comparable properties and the property under assessment. In contrast, the degree of reliability identifies potential anomalies in the sale prices within the analyzed sample. These two measures are fundamental criteria for evaluating properties with known prices, helping to determine their appropriateness for valuation analysis (Simonotti et al., 2016; Tajani et al., 2020). To effectively address both criteria, it is proposed to use a unified measure known as the «composite coefficient,» which synthesizes the similarity and reliability coefficients (De Ruggiero & Salvo, 2011).

The composite coefficient c_{com}^j of the j -th comparable can be expressed as follows:

- If the similarity coefficient is expressed in absolute value (Eq. 4):

$$c_{com_a}^j = \frac{c_{sim_a}^j \cdot c_{rel}^j}{\sum_{j=1}^m c_{sim_a}^j \cdot c_{rel}^j} \quad (4)$$

- If the similarity coefficient is expressed in terms of the square of standardized distances (Eq. 5):

$$c_{com_q}^j = \frac{c_{sim_q}^j \cdot c_{rel}^j}{\sum_{j=1}^m c_{sim_q}^j \cdot c_{rel}^j} \quad (5)$$

where $c_{com_a}^j$ and $c_{com_q}^j$ are the composite coefficient values of the j -th comparable; $c_{sim_a}^j$ and $c_{sim_q}^j$ are the similarity coefficient values of the j -th comparable; c_{rel}^j is the reliability coefficient value of the j -th comparable; m is the number of comparable properties.

4.2.4 The use of rationality measures in appraisal literature

The first instance of applying similarity, reliability, and composite coefficients in market-oriented procedures occurred during the *reconciliation* phase of the MCA (Simonotti et al., 2016). This phase is based on the principle of ordinariness within the statistical criterion formulation, where adjusted prices, as appraisals, represent a random variable that assigns a given probability to an event (the adjusted price). Using similarity and reliability measures as probability measures associated with adjusted prices, the most probable market value of the assessed property is calculated as the expected value (Eq. 6).

$$V = \sum_{j=1}^m c_{com}^j \cdot Pc_j \quad (6)$$

where V is the most probable market value of the subject property; c_{com}^j is the composite coefficient of the j -th comparable; Pc_j is the adjusted price of the j -th comparable.

The role of these measures in the reconciliation phase is twofold. First, because they are based on statistical criteria, they help to account for any possible distortions in the data sample used for the valuation. Second, they can be seen as probabilities linked to the adjusted prices, which are treated as random variables.

Tajani et al. (2020) have introduced a new application of the similarity and reliability coefficients within the General Appraisal System (GAS). They have proposed integrating these coefficients into the GAS equations to assign a differentiated “weight” to the comparison functions based on the degrees of similarity and reliability associated with the comparable properties. The modified formulation of the GAS with the incorporation of similarity and reliability coefficients is as follows (Eqs. 7 and 8):

- If the similarity coefficient c_{sim}^j is expressed using Equation 1:

$$\begin{cases} c_{rel}^1 \cdot (P_1 - V_0) = \sum_{i=1}^n c_{sim_a}^1 \cdot (x_{i1} - x_{i0}) \cdot p_i \\ c_{rel}^2 \cdot (P_2 - V_0) = \sum_{i=1}^n c_{sim_a}^2 \cdot (x_{i2} - x_{i0}) \cdot p_i \\ \dots = \dots \\ c_{rel}^m \cdot (P_m - V_0) = \sum_{i=1}^n c_{sim_a}^m \cdot (x_{im} - x_{i0}) \cdot p_i \end{cases} \quad (7)$$

- If the similarity coefficient c_{sim}^j is expressed using Equation 2:

$$\begin{cases} c_{rel}^1 \cdot (P_1 - V_0) = \sum_{i=1}^n c_{sim_q}^1 \cdot (x_{i1} - x_{i0}) \cdot p_i \\ c_{rel}^2 \cdot (P_2 - V_0) = \sum_{i=1}^n c_{sim_q}^2 \cdot (x_{i2} - x_{i0}) \cdot p_i \\ \dots = \dots \\ c_{rel}^m \cdot (P_m - V_0) = \sum_{i=1}^n c_{sim_q}^m \cdot (x_{im} - x_{i0}) \cdot p_i \end{cases} \quad (8)$$

Incorporating similarity and reliability coefficients into the GAS system of equations offers significant advantages. By assigning differentiated weights to the data from the comparison sample, these coefficients expand the spatial scope for identifying comparable sales, enabling the inclusion of properties with a higher degree of dissimilarity in the analysis. This enhances the model's applicability, even in regions with less dynamic real estate markets. Moreover, using these coefficients helps address the issue of indeterminacy in the GAS equation system, mainly when the difference matrix is non-invertible. Finally, the mathematical framework of the GAS, enhanced by similarity and reliability constraints, along with empirical constraints introduced by appraisers based on their expertise and knowledge of local market dynamics, produces results that more closely align with anticipated empirical phenomena.

4.2.5 The use of rationality measures in the selection procedure of the optimal combination of comparable sales

Selecting a real estate appraisal sample is a critical preliminary step in all market-oriented valuation procedures. Despite its importance, there currently needs to be standardized protocols for collecting and selecting comparable data (Chen et al., 2017). Once the subject property's characteristics have been identified, similar properties are typically gathered to form a comparison set. Given that each market transaction represents a random variable, it is generally assumed that no single comparable property is inherently superior. Consequently, appraisal results from different comparable samples are often considered equally valid. However, due to the uniqueness of properties, it is reasonable to expect that comparable properties will exhibit varying degrees of similarity to the subject property, and their sale prices will reflect differing levels of reliability. Any anomalies in the appraisal sample, whether related to the similarity of characteristics or the reliability of prices, can undermine the assumption of equivalence between comparisons.

The effectiveness of an appraisal judgment heavily depends on the selection of comparable properties. The critical conditions for effective comparison are the degree of similarity to the property being evaluated and the reliability of the market prices. Consequently, employing metrics to assess these factors is critical for validating the inclusion of each comparable in the valuation analysis. These criteria assist in identifying the «optimal combination of comparable sales» for a given property, which refers to the set that provides the most consistent and reliable assessment (Simonotti, 1987). It is essential to recognize that comparable properties on the market exhibit varying levels of similarity to the property in question, and their sale prices offer differing degrees of reliability. Therefore, we can categorize these comparable sales based on these two dimensions. This classification not only facilitates the objective ordering of comparable properties but also supports the selection of the most appropriate sample for the specific valuation process. In this context, the term «optimal» carries a technical meaning. It refers to the sample that, among various possible combinations, most accurately fulfills the essential conditions for comparison, ensuring a consistent and rigorous valuation. This method enhances the quality of the appraisal judgment, thereby bolstering its credibility through a carefully structured selection of the reference sample.

The composite coefficient, designed to synthesize the two critical dimensions of similarity and reliability into a single measure, can help rank comparable sales within the appraisal process. This index establishes a hierarchy among comparable sales, identifying the best balance between similarity to the subject property and data reliability. The multiplicative nature of the coefficient suggests that the dimensions of similarity and reliability are considered compensatory; a shortfall in one can be balanced by higher performance in the other. Therefore, a high coefficient value does not necessarily mean that the comparable property is the most suitable choice; it may indicate a trade-off between low similarity and high reliability or vice versa. Employing the composite coefficient to rank comparable properties assumes that similarity and reliability can be treated as interchangeable dimensions. However, this assumption is only sometimes conceptually sound. For instance, a significant dissimilarity from the evaluated property cannot be compensated solely by the reliability of the sale price. Similarly, a comparable property with an unreliable price may still be helpful if its characteristics closely resemble those of the property under evaluation. From this perspective, the composite coefficient provides a valuable approximation only in contexts where the variations between similarity and reliability are limited. Its effectiveness diminishes when the trade-off between these two dimensions becomes more pronounced, thereby restricting its applicability in situations with significant imbalances.

An alternative to the use of composite coefficients for classifying comparable sales and selecting their optimal combination is the methodological framework of the “ideal point,” first introduced by Coombs in the 1950s (Coombs, 1950) and later refined by Shepard (Shepard et al., 1972) and Milan Zeleny (1982). This approach was developed within multi-criteria analysis, where the solution to a problem begins with identifying a set of efficient (non-dominated) alternatives—those for which no other admissible alternative can improve one objective without worsening another. The ideal point is a reference for evaluating alternatives (Voodg, 1982). In “ideal point decision theory” (Zeleny, 1982; Yu, 1973), the ideal point is defined as an alternative represented by a vector whose elements are the maximum values each attribute/criterion can achieve among the available alternatives. In 1973, Zeleny proposed the “choice axiom,” which states that alternatives closer to the ideal point are preferred over those farther away (Zeleny, 1973). Thus, proximity to the ideal serves as the basis for decision-making, eliminating the need for exact quantification of the utility derived from each alternative.

Given m alternatives ($k = 1, \dots, m$) and s criteria ($w = 1, \dots, s$), the space of alternatives can be represented in matrix form as (Eq. 9):

$$Y = \{y_w^k\}, \quad (9)$$

where y_w^k denotes the value reached by the w -th criterion for the k -th alternative. The following vector defines the ideal point (Eq. 10):

$$y^* = \max_k \{y_w^k\} = \{y_w^*\}. \quad (10)$$

In order to assess the proximity of any alternative y^k to the ideal point, y^* , a family of distance functions can be defined in terms of the distance d^k (Eq. 11):

$$L_p(\lambda, k) = \left[\sum_{w=1}^s (\lambda_w)^p (1 - d_w^k)^p \right]^{\frac{1}{p}} \quad (11)$$

where $\lambda = \{\lambda_1, \dots, \lambda_s\}$ (with $\sum \lambda_w = 1$) represents the weight vector assigned to the various criteria, and p ($1 \leq p \leq \infty$) is the characteristic parameter of the family of distance functions (Romano, 2002).

Notable cases of Equation (11) occur for specific values of p :

- for $p = 1$ (Manhattan Distance) (Eq. 12):

$$L_1(\lambda, k) = \sum_{w=1}^s \lambda_w (1 - d_w^k) \quad (12)$$

- for $p = 2$ (Euclidean Distance) (Eq. 13):

$$L_2(\lambda, k) = \left[\sum_{w=1}^s (\lambda_w)^2 (1 - d_w^k)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (13)$$

- for $p = \infty$ (Chebyshev Distance) (Eq. 14):

$$L_\infty(\lambda, k) = \max_w \{\lambda_w (1 - d_w^k)\}. \quad (14)$$

By varying the parameter p , different solutions for calculating the distance are obtained, forming the «compromise set» for p values between 1 and ∞ . The parameter p is also linked to the concept of «compensation».

Euclidean and Manhattan distances are considered compensatory methods, as a low score in one criterion can be balanced by a higher score in another. In contrast, the Chebyshev distance is non-compensatory, meaning a low score in one criterion directly affects the final choice without compensation from other criteria. For $p = 1$, linear additive utility functions are obtained, allowing complete attribute trade-offs. As p increases, the degree of compensation decreases until it reaches zero with $p = \infty$, where decisions are made purely based on the performance of individual attributes, with no trade-offs.

To fully understand how the optimal combination of comparable sales selection procedure can be managed using the ideal point method, Table 1 illustrates the parallels between the two models.

Table 1. "Ideal Point Method" vs "Optimal Combination of Comparable Sales Selection Procedure" components

Components of the "Ideal Point Method"	Components of the "Optimal Combination of Comparable Sales Selection Procedure"
Alternatives	<u>SET OF COLLECTED COMPARABLE SALES</u>
Criteria	<u>MEASURES OF SIMILARITY AND RELIABILITY</u>
Weights	<u>RELATIVE IMPORTANCE OF SIMILARITY AND RELIABILITY IN THE APPRAISAL PROCESS</u> In the present context, assigning equal weights to both measures is reasonable, as each is a fundamental requirement for the effective execution of the valuation analysis.
	<u>MAXIMUM ACHIEVABLE VALUES FOR THE SIMILARITY AND RELIABILITY MEASURES</u>

Analyzing formulas (1), (2), and (3), we observe that:

- The similarity coefficients range from $0 \leq c_{sim}^j < \frac{1}{m-1}$ (0 if a comparable is the only one differing from the appraised property; $\frac{1}{m-1}$ if the comparable is identical to the appraised property).
- The reliability coefficients range from $0 \leq rel^j \leq \frac{1}{m}$ (0 if the price per square meter of the comparable deviates significantly from the sample's average price per square meter $\frac{1}{m}$ if the price per square meter of the comparable matches the sample's average price per square meter).

Ideal Points

The maximum values or "ideal points" of the considered measures are as follows (Eqs. 15 and 16):

$$y_{sim}^* = \frac{1}{m-1} \quad (15)$$

$$y_{rel}^* = \frac{1}{m} \quad (16)$$

where y_{sim}^* is the ideal point for the similarity measure; y_{rel}^* is the ideal point for the reliability measure; m is the number of analyzed comparable sales

The optimal combination of comparable sales selection procedure can be summarized in the following steps:

1. Calculation of similarity and reliability coefficients.
2. Identification of the ideal points associated with each criterion.
3. Calculation of the distances between the coefficients and the ideal points.
4. Application of the distance function .
5. Ranking of the comparable sales;
6. Selection of comparable sales to be used in the valuation process.

The integration of similarity and reliability measures, guided by the principles of the ideal point method, enhances transparency and rigor in selecting comparable properties. This establishes a clear and systematic approach for identifying appropriate comparable sales. Such a methodology significantly supports the appraiser during the initial stages of the valuation analysis, thereby improving the consistency and credibility of the entire valuation process.

5. Numerical experiment

The methodology described in the preceding paragraph was utilized in a case study examining the real estate market in the municipality of Rende. The objective was to analyze the impact of adopting the optimal combination of comparable sales in the valuation process according to the Market Comparison Approach.

5.1 Dataset

5.1.1 Study area and market information

This study investigates the real estate market in the Quattromiglia neighborhood, located within the city of Rende, an area characterized by vibrancy and dynamic growth in the Calabria region of southern Italy. Rende benefits from a strategic position near Cosenza city, complemented by an efficient infrastructure network that includes a highway and a railway line, ensuring easy access to the area. A particularly significant feature of this neighborhood is the University of Calabria, the foremost academic institution in the region, which plays a vital role in enhancing the economic and social vitality of the territory. Table 2 presents a comprehensive overview of key data about Quattromiglia, including its size, population, and density, as updated in 2024.

Table 2. Size, population, and density, Rende city, year 2024

City	Size*	Population*	Density*
Rende	55.28	36,657.00	663.00
Unit	Km ²	people	people/Km ²

*tuttitalia.it. available: <https://www.tuttitalia.it/calabria/provincia-di-cosenza/35-comuni/densita/> (Date last accessed on 22 April 2024).

The average price of residential properties in Rende City, as of February 2024, is €1,236 per square meter, showing a 3.17% increase from February 2023 (€1,198 per square meter). The highest average price in the past two years was €1,237 per square meter in November 2023, while the lowest was €1,186 per square meter in March 2023 (source: Immobiliare.it). The sample of comparable properties was selected from the «Quattromiglia» neighborhood in Rende, a popular real estate area due to its proximity to the University of Calabria, accounting for about 15.00% of all real estate transactions in

Rende. The average price of residential properties in Quattromiglia is €1,355 per square meter, significantly higher than the city-wide average of €1,236 per square meter as of February 2024.

5.1.2 The real estate sample

Based on the fundamental principle of the market comparison approach, the appraised value is assumed to relate closely to the selling prices of similar properties within the same marker area. In this regard, the reference real estate market segment was analyzed, and several recent transaction sales were collected among all the recently sold properties. The real estate sample comprises six apartments in multi-story condominiums in the “Quattromiglia” neighborhood. Sample data were acquired by the Observatory of Real Estate Market (OREM), a rich database provided by the Department of Environmental Engineering (DIAM) of the University of Calabria. The comparable sales were collected in a homogeneous urban area regarding the qualification and distribution of essential services. Seven property characteristics are identified as non-homogeneous, as shown in Table 3.

Table 3. Apartment intrinsic features description

No.	Characteristics	Description	Acronym	Unit	Type
1	Transaction price	Apartment's price sold	PRICE	€	Quantitative continuous
2	Transaction sale date	Date of apartment's sale (the number of months is counted retrospectively from the appraisal	DATE	n. of months	Quantitative discrete
3	Main surface area	The main surface area of the apartment	MSUR	sqm	Quantitative continuous
4	Balcony area	The surface area of balconies attached to the main area of the apartment	BSUR	sqm	Quantitative continuous
5	Garage area	The garage area connected to the apartment	GSUR	sqm	Quantitative continuous
6	Number of bathrooms	Number of toilets for the exclusive use of the apartment	BATH	n.	Quantitative discrete
7	Floor Level	The floor level on which the apartment is located	LEV	n.	Quantitative discrete

Table 4 presents the real estate data of the sampled units, while Table 5 summarizes the main descriptive statistics. The average sale price of the sample is €118,333.33, with an average main surface area of 122.50 square meters. Notably, two sampled properties lack a garage (Comparables A and E). The real estate transactions in the analyzed sample occurred between April 2022 and August 2023.

Table 4. Real estate dataset

Unit selling prices and characteristics	A	B	C	D	E	F
PRICE (€)	98,000	115,000	140,000	125,000	100,000	132,000
DATE (n. of months)	24	12	11	8	12	13
MSUR (sqm)	112	116	122	130	120	135
BSUR (sqm)	10	36	19	9	10	12
GSUR (sqm)	0	18	36	36	0	18
BATH (n.)	1	2	1	2	2	1
LEV (n.)	2	2	1	2	3	3

Table 5. Statistical description of the real estate dataset

Index	Minimum	Maximum	Mean	Standard deviation
PRICE (€)	98,000	140,000	118,333.33	17,095.80
DATE (n. of months)	8	13	10.67	2.16
MSUR (sqm)	112	135	122.50	8.62
BSUR (sqm)	9	36	16	10.45
GSUR (sqm)	0	36	18	16.09
BATH (n.)	1	3	1.50	0.55
LEV (n.)	1	3	2.17	0.75

5.2. Results

5.2.1 Application of the optimal combination of comparable sales selection procedure

Upon completing the MCA steps outlined in Section 4.1, which cover data collection and the selection of property characteristics, and after compiling the «sales summary grid» (Table 3), the next step involves selecting the optimal combination of comparable sales for the subject property. This selection is made from among all possible sets of comparable sales derived from the recorded sales transactions.

In the analysis, each comparable in the real estate sample was considered alternately the subject for which the value was to be determined. This approach allowed for effective methodology testing, avoiding randomness in the results obtained for a single subject. The data are analyzed following the optimal combination of comparable sales selection procedure described in Section 4.2.5. The execution of the method is outlined step by step below.

STEP 1 – Calculation of similarity and reliability coefficients:

The similarity and reliability coefficients are calculated using Equations (2) and (3). Notably, Equation (2) is more effective than Equation (1) for determining the similarity coefficient, essential for classifying comparable sales and excluding less relevant ones. Significant dissimilarities between a comparable property and the subject property are emphasized by squaring the differences, assigning greater weight to more significant deviations. This method aids in identifying and penalizing less similar comparables.

Table 6 summarizes the similarity and reliability coefficients calculated for each comparable in the analyzed sample.

Table 6. Similarity and reliability coefficients for each comparable sale

Subject	Comparable	Similarity coefficient	Reliability coefficient
A	B	0.185911229	0.244548752
	C	0.183835069	0.139401256
	D	0.191880597	0.202945952
	E	0.224151098	0.181130117
	F	0.214222007	0.231973923
B	A	0.167219613	0.242175935
	C	0.213965291	0.139308962
	D	0.207897913	0.204258739
	E	0.201940157	0.182301784
	F	0.208977026	0.23195458

Follow **Tabella 6**. Similarity and reliability coefficients for each comparable sale

Subject	Comparable	Similarity coefficient	Reliability coefficient
c	A	0.158674362	0.226996568
	B	0.210172459	0.223306713
	D	0.234220603	0.202060618
	E	0.181162422	0.180339952
	F	0.215770154	0.167296149
d	A	0.159178379	0.22606817
	B	0.197879424	0.229759849
	C	0.229705679	0.140903973
	E	0.193988432	0.170176408
	F	0.219248086	0.2330916
e	A	0.19681496	0.217865281
	B	0.198575407	0.221423007
	C	0.182252317	0.142354994
	D	0.201200044	0.183754374
	F	0.221157271	0.234602345
f	A	0.167519557	0.242662927
	B	0.192710759	0.246625597
	C	0.207588881	0.123373617
	D	0.219050989	0.204669483
	E	0.213129815	0.182668375

STEP 2 – Identification of the ideal points:

Through Equations (15) and (16), the ideal points associated with the criteria of «similarity» and «reliability» are determined, respectively:

$$c_{sim}^* = \frac{1}{m-1} = \frac{1}{4} = 0.25$$

$$c_{rel}^* = \frac{1}{5} = 0.2$$

The ideal point is set at 0.25 for the similarity criterion and 0.2 for the reliability criterion.

STEP 3 – Calculation of distances to the ideal points:

The distances d_j^{sim} and d_j^{rel} are calculated between the similarity coefficients c_{sim}^j and the reliability coefficients c_{rel}^j and their respective ideal points, c_{sim}^* and c_{rel}^* ; these distances are to be understood as the absolute difference between the two values.

It is essential to bear in mind that when dealing with two measurements with different ranges (e.g., one ranging from 0 to 0.25 and the other from 0 to 0.2), it is crucial to normalize both measurements. Failing to do so could lead to bias due to the differing scales of the two variables, where the measurement with the broader range could disproportionately impact the combined result. To address this issue and ensure that each variable contributes equally, the normalization procedure Implemented was the min-max normalization, which scales each value to the [0,1]

interval.

Table 7 comprehensively summarizes the two-distance metrics calculated between the normalized similarity and reliability values and their respective ideal points for each comparable within the analyzed sample. This representation allows for an accurate assessment of the degree of deviation of each comparable from the optimal values defined in STEP 2.

Table 7. Distances between the similarity and reliability coefficients and their respective ideal points

Subject	Comparable	Criteria	
		Similarity: d^{sim}_j	Reliability: d^{rel}_j
A	B	0.198502879	0.8
	C	0.25	0.2
	D	0.050438495	0.40433865
	E	0.75	0.19686024
	F	0.503718526	0.680407721
B	A	0.25	0.8
	C	0.75	0.2
	D	0.620204524	0.431395817
	E	0.492754112	0.217945829
	F	0.643289282	0.700635207
C	A	0.25	0.8
	B	0.431676496	0.738193826
	D	0.75	0.382315334
	E	0.047672782	0.018487642
	F	0.505772773	0.2
D	A	0.25	0.723813745
	B	0.298738499	0.763859019
	C	0.75	0.2
	E	0.24356848	0.117531059
	F	0.601722757	0.8
E	A	0.124313344	0.618563198
	B	0.169563288	0.657130442
	C	0.25	0.2
	D	0.237026077	0.248786656
	F	0.75	0.80

Follow **Table 7**. Distances between the similarity and reliability coefficients and their respective ideal points

Subject	Comparable	Criteria	
		Similarity: d^{sim}_j	Reliability: d^{rel}_j
F	A	0.25	0.767849036
	B	0.238851201	0.8
	C	0.527570549	0.2
	D	0.75	0.459590747
	E	0.635095869	0.281085642

STEP 4 – Application of distance functions:

Once the distances d^{sim}_j and d^{rel}_j are determined, the distance function $L_p(\lambda, k)$, expressed by Equation (11), is applied with the aim of considering various degrees of compensation between the similarity and reliability criteria. Three cases are analyzed: for $p = 1$, $p = 2$ and $p = \infty$. No preference judgment is expressed for any criterion, thus assigning equal weights.

Table 8 presents the distance function values for the three analyzed cases.

STEP 5 – Ranking of the comparable sales:

Table 8. Values of the distance function for different degrees of compensation

Subject	Comparable	Distance functions L_p		
		for $p = 1$	for $p = 2$	for $p = \infty$
A	B	0.500748561	0.413036813	0.400748561
	C	0.775	0.548292805	0.4
	D	0.772611428	0.560463981	0.474780753
	E	0.52656988	0.420575045	0.40156988
	F	0.407936876	0.295141714	0.248140737
B	A	0.475	0.388104367	0.375
	C	0.525	0.419076365	0.4
	D	0.474199829	0.341890085	0.284302091
	E	0.64465003	0.466075938	0.391027086
	F	0.328037756	0.232842122	0.178355359
C	A	0.475	0.388104367	0.375
	B	0.415064839	0.31286342	0.284161752
	D	0.433842333	0.333179511	0.308842333
	E	0.966919788	0.683793397	0.490756179
	F	0.647113613	0.470175646	0.4

Follow **Table 8**. Values of the distance function for different degrees of compensation

Subject	Comparable	Distance functions L_p		
		for $p = 1$	for $p = 2$	for $p = \infty$
D	A	0.513093127	0.399618208	0.375
	B	0.468701241	0.369976437	0.350630751
	C	0.525	0.419076365	0.4
	E	0.81945023	0.581149739	0.441234471
	F	0.299138622	0.22283669	0.199138622
E	A	0.628561729	0.477577521	0.437843328
	B	0.586653135	0.449217282	0.415218356
	C	0.775	0.548292805	0.4
	D	0.757093633	0.535362189	0.381486961
	F	0.225	0.160078106	0.125
F	A	0.491075482	0.39255384	0.375
	B	0.4805744	0.393493168	0.3805744
	C	0.636214726	0.464539984	0.4
	D	0.395204627	0.297717215	0.270204627
	E	0.541909244	0.403110679	0.359457179

The ranking of comparable sales is based on their respective distance function values. The comparable with the lowest value is considered the most suitable, while the one with the highest value is the least suitable. Table 9 presents the ranking of comparable sales for the three compensation levels under evaluation.

Table 9. Ranking of comparable sales for different compensation levels

Subject	Ranking	Comparable sales		
		for $p = 1$	for $p = 2$	for $p = \infty$
A	1°	F	F	F
	2°	B	B	C
	3°	E	E	B
	4°	D	C	E
	5°	C	D	D
B	1°	F	F	F
	2°	D	D	D
	3°	A	A	A
	4°	C	C	E
	5°	E	E	C

Follow **Table 9**. Ranking of comparable sales for different compensation levels

Subject	Ranking	Comparable sales		
		for $p = 1$	for $p = 2$	for $p = \infty$
C	1°	B	B	B
	2°	D	D	D
	3°	A	A	A
	4°	F	F	F
	5°	E	E	E
D	1°	F	F	F
	2°	B	B	B
	3°	A	A	A
	4°	C	C	C
	5°	E	E	E
E	1°	F	F	F
	2°	B	B	D
	3°	A	A	C
	4°	D	D	B
	5°	C	C	A
F	1°	D	D	D
	2°	B	A	E
	3°	A	B	A
	4°	E	E	B
	5°	C	C	C

The main results from this table are the following:

- The comparable F often appears as the top comparable (1st position) regardless of the p value for subjects A, B, C, D, and E. This suggests that comparable F is generally very similar to the subjects in question despite changes in compensation levels.
- For subject F, the first position is consistently occupied by comparable D across all values of p . In this case, D seems to be a stable comparable.
- For subject A, comparable C moves from 5th position at $p = 1$ to 4th at $p = 2$, and to 2nd at $p = \infty$. This indicates that comparable C becomes more relevant as the degree of compensation decreases, evidently due to a marked trade-off between similarity and reliability for this comparable.
- Another significant variation is observed for subject E, where comparable B ranks 2nd for $p = 1$ and $p = 2$. However, it drops to 4th position at $p = \infty$, highlighting a decrease in the relevance of B as the parameter p changes.
- For most subjects, comparables E and C tend to occupy the lowest positions, especially for $p = 1$ and $p = 2$. This suggests that these comparables are less similar to the subjects in question than others.

- The stability of the rankings for $p = 1$ and $p = 2$ emphasizes the effectiveness of the employed methodology. The model demonstrates robustness in the face of variations in the degree of compensation, effectively maintaining a balance between similarity and reliability without unduly favoring one measure over the other.
- The ranking for $p = \infty$ is not preferable for the application in question because, by referring to a non-compensatory distance, it does not consider both criteria when ranking the alternatives.

STEP 6 — Selection of comparable sales to be used in the valuation process:

After ranking the comparable sales based on their distance from the ideal point, the optimal combination is formed by selecting those with the smallest distances occupying the highest positions in the ranking. The ideal number of comparable sales may vary depending on the specific requirements of the chosen model. In MCA applications, three data points are generally considered sufficient for accurately assessing a property's value (Tecnoborsa, 2018). The selection procedure, which focuses on identifying the most similar and reliable comparable sales, suggests that including additional data points beyond the necessary number would introduce more significant dissimilarity and unreliability into the sample, potentially compromising the accuracy of the assessment.

Table 10 shows the optimal combination of comparable sales selected for each subject analyzed.

Table 10. Optimal combination of comparable sales for each subject

Subject	Optimal combination of comparable sales
A	B, E, F
B	A, D, F
C	A, B, D
D	A, B, F
E	A, B, F
F	A, B, D

5.2.2 Application of the MCA Appraisal Procedure

After determining the optimal combination of comparable sales, the subsequent phases of the MCA can be applied to assess the subject properties. The following steps involve:

- Evaluating the hedonic prices of the relevant real estate characteristics.
- Developing the «sales adjustment grid» to calculate the adjusted prices and the market value of the subject properties.

The calculation of the hedonic prices for the real estate characteristics utilized in this study adheres to the methodology outlined by Simonotti et al. (2016). This approach requires collecting market data specific to the property's segment under evaluation. A summary of the pertinent market data can be found in Table 11.

Table 11. Market data collected

Market information	Symbol	Measurement Unit	Amount
Revaluation rate (%)	u	dimensionless	4.18
Commercial balcony ratio (%)	π_b	dimensionless	30
Commercial garage ratio (%)	π_g	dimensionless	50
Average cost for the installation of a new	C	€	5,000
Past life of the restrooms	t	year	12
Economic life of a restroom	n	year	35
Level rate (%)	θ	dimensionless	3

The formulas for deriving the hedonic prices for each considered real estate characteristic are provided.

Transaction sale date (DATE): The hedonic price of the transaction sale date updates the prices of comparable real estate properties to the valuation date (April 2024). This marginal price is estimated using the revaluation rate u for the specific market segment.

The transaction sale date hedonic price p_{DATE} can be expressed as (Eq. 17):

$$p_{DATE} = -PRICE \cdot \frac{u}{12} \quad (17)$$

where $PRICE$ is the total price of the comparable property and u is the devaluation/revaluation rate. The minus sign in Eq. 17 is used because the transaction's sale date is measured retrospectively from the appraisal date.

Main surface area (MSUR): Given the market price and the surfaces (main and secondary) of the property, the main surface area hedonic price p_{MSUR} can be expressed as (Eq. 18):

$$p_{MSUR} = \bar{p}_{MSUR} \cdot \sigma \quad (18)$$

where $\bar{p}_{MSUR}$ is the average price of the main surface area of the comparable property, expressed in €/sqm, and σ is a coefficient called the «position ratio» (Simonotti, 2019). The position ratio is determined by calculating the ratio between the hedonic price and the average price of the main surface area. When detailed statistics regarding the real estate market are unavailable, the position ratio is typically computed using methodological techniques. In this scenario, it is defined as the ratio between the minimum average price and the maximum average price of the prices determined for each comparable property.

In the absence of exterior surfaces, according to the 1st Price Theorem (Simonotti, 2006), the average price of the main surface area of a property $\bar{p}_{MSUR}$ can be expressed as (Eq. 19):

$$\bar{p}_{MSUR} = \frac{PRICE}{CoSUR} \quad (19)$$

where $PRICE$ is the sale price of the comparable property, and $CoSUR$ is the commercial surface, obtained by adding secondary surfaces such as balconies, attics, and garages to the main surface area and weighting each surface using the relevant commercial ratio.

Secondary surface (SecSUR): The hedonic price of the secondary surface characteristic p_{SecSUR} is obtained as (Eq. 0):

$$p_{SecSUR} = p_{MSUR} \cdot \pi_{SecSUR} \quad (20)$$

where p_{MSUR} is the hedonic price of the main surface area, expressed in €/sqm, and π_{SecSUR} is the commercial ratio of the considered secondary surface.

Number of bathrooms (BATH): The hedonic price of the bathroom characteristic, expressed in €/n., is estimated using a linear model based on the depreciated cost of reconstruction.

The hedonic price of the bathroom p_{BATH} can be expressed as (Eq. 21):

$$p_{BATH} = C \cdot \left(1 - \frac{t}{n}\right) \quad (21)$$

where C is the average cost for installing a new restroom, expressed in €; t is the past life, expressed in years; and n is the economic life of a bathroom, expressed in years.

Floor level (LEV): The hedonic price of the floor level characteristic can be calculated by multiplying the property's total price by the percentage ratio represented by the level rate. The floor level hedonic price p_{LEV} , expressed in €/n., can be calculated as (Eq. 22 and 23):

- if the subject level is higher than the comparable level ($LEV_S > LEV_C$):

$$p_{LEV} = PRICE \cdot \theta \quad (22)$$

- if the subject level is lower than the comparable level ($LEV_S < LEV_C$):

$$p_{LEV} = PRICE \cdot \left(\frac{\theta}{1 + n \cdot \theta}\right) \quad (23)$$

where $PRICE$ is the total price of the comparable property; θ is the level rate, and n is the variation in floor levels between the subject and the comparable.

Upon completing the appraisal of the hedonic prices of the considered real estate characteristics, the sales adjustment grid is drawn up. During this phase, the adjustment for each real estate characteristic is computed. The adjustment for the j -th comparable property (where $j = 1, 2, \dots, m$) and for the i -th characteristic (where $i = 1, 2, \dots, n$) is determined by the product of the hedonic price p_i and the difference between the characteristics of the subject property x_{iS} and those of the comparable property x_{ij} . The general adjustment can be expressed as follows (Eq. 24):

$$adjustment_{ij} = p_i \cdot (x_{iS} - x_{ij}) \quad (24)$$

The adjusted price $AdPRICE_j$ of the j -th comparable property is obtained by adding to the comparable selling price $PRICE_j$ the adjustments corresponding to the n examined real estate characteristics as follows (Eq. 25):

$$AdPRICE_j = PRICE_j + \sum_{i=1}^n p_i \cdot (x_{iS} - x_{ij}). \quad (25)$$

The generic adjusted price $AdPRICE_j$ is expressed in €.

To ensure clarity and brevity, this section does not include the complete set of calculations related to the method. Instead, we focus on presenting the most relevant results. The detailed computations are available upon request, as they do not influence the overall interpretation or conclusions of the analysis.

Table 12 presents the key results from applying the optimal combination of comparable sales

for each subject, including the adjusted prices, the divergences between them, and the predicted market value.

Table 12. Adjusted comparable sales, divergences, and market value for each subject

Subject	Comparable sample	Adjusted prices (€)	Divergence (%)	Predicted market value (€)
A	B	99,054.93	19.96	98,554.82
	E	89,382.54		
	F	107,226.98		
B	A	123,236.26	9.85	122,132.08
	D	115,871.20		
	F	127,288.79		
C	A	126,038.54	10.26	119,765.43
	B	118,943.43		
	D	114,314.31		
D	A	135,957.45	6.97	135,553.74
	B	130,791.20		
	F	139,912.56		
E	A	117,879.29	7.65	117,622.32
	B	113,166.22		
	F	121,821.44		
F	A	131,435.86	6.12	127,355.37
	B	126,772.96		
	D	123,857.29		

Using a different set of three comparable properties in the MCA appraisal method may yield a significantly different appraisal value than the optimal set. The variation arises from the method's sensitivity to the comparable sales chosen, as they directly influence the predicted market value. However, by carefully selecting the most appropriate combination of comparable sales, the accuracy of the assessed market value can be significantly improved. This process adheres to the core principles of the comparison method, ensuring that both similarity and reliability are maximized. By doing so, the final appraisal provides a more accurate and representative assessment of the property's true market value, reducing potential biases and aligning the results with observed market behavior.

6. Discussion

After estimating the market value for each property using the optimal combination of comparable sales, the MCA model was reapplied to both the original real estate sample and all possible combinations of three comparable sales. This process aimed to assess the accuracy of the model's results. The analysis concentrated on two primary outputs: (i) the percentage divergences between the observed selling prices and the predicted market value derived from the MCA model for each potential sample and (ii) the percentage divergences between the adjusted prices.

The second output is significant, as the MCA's methodology considers the dispersion of adjusted prices as an indicator of result quality. High variability in adjusted prices reflects lower quality regarding the similarity and reliability of the comparable sales, signaling potential issues with the dataset's suitability.

Table 13 presents a summary of the results carried out from this analysis.

Table 13. Results summary

Subject	Selling price (€)	Comparable sample	% Divergence between the adjusted prices	Estimated value (€)	% Divergence between estimated values and selling prices
A	98,000.00	B, E, F*	19.96	98,554.82	0.57
		B, C, D	26.79	106,285.06	8.45
		B, C, E	37.48	103,773.69	5.89
		B, C, F	24.06	109,721.84	11.96
		B, D, E	10.82	95,118.04	2.94
		B, D, F	10.64	101,066.18	3.13
		C, D, E	37.48	103,060.93	5.16
		C, D, F	26.79	109,009.07	11.23
		C, E, F	37.48	106,497.71	8.67
		D, E, F	19.96	97,842.05	0.16
		B, C, D, E, F	37.85	103,452.92	5.56
B	115,000.00	A, D, F*	9.85	122,132.08	6.20
		A, C, D	24.37	127,738.01	11.08
		A, C, E	33.34	125,139.31	8.82
		A, C, F	16.94	131,543.87	14.39
		A, D, E	14.03	115,727.52	0.63
		A, E, F	17.18	119,533.38	3.94
		C, D, E	33.34	122,684.29	6.68
		C, D, F	24.37	129,088.85	12.25
		C, E, F	33.34	126,490.15	9.99
		D, E, F	17.78	117,078.36	1.81
		A, C, D, E, F	33.68	123,746.31	7.61
C	140,000.00	A, B, D*	10.26	119,765.43	14.45
		A, D, F	14.99	118,196.47	15.57
		A, B, E	6.28	123,797.80	11.57
		A, B, F	14.99	116,653.43	16.68
		A, D, E	10.58	122,254.76	12.68
		A, E, F	15.33	120,685.80	13.80
		B, D, E	8.52	114,288.40	18.37
		B, D, F	10.58	119,889.72	14.36
		B, E, F	15.33	118,320.76	15.49
		D, E, F	15.33	116,777.73	16.59
		A, B, D, E, F	16.61	118,499.95	15.36

*Optimal combination of comparable sales.

Follow **Table 13**. Results summary

Subject	Prezzo osservato (€)	Comparabili	Divergenza percentuale tra i prezzi corretti (%)	Valore stimato (€)	Divergenza percentuale tra prezzo osservato e valore stimato (%)
D	125,000.00	A, B, F*	6.97	135,553.74	8.44
		A, B, C	20.62	141,502.03	13.20
		A, B, E	13.25	128,931.71	3.15
		A, C, E	31.41	137,920.45	10.34
		A, C, F	16.03	144,542.48	15.63
		A, E, F	16.55	131,972.16	5.58
		B, C, E	31.41	136,198.37	8.96
		B, C, F	20.62	142,820.40	14.26
		B, E, F	16.55	130,250.08	4.20
		C, E, F	31.41	139,238.82	11.39
		A, B, C, E, F	32.25	136,275.80	9.02
E	100,000.00	A, B, F*	7.65	117,622.32	17.62
		A, B, C	22.13	123,083.95	23.08
		A, B, D	6.37	113,955.15	13.96
		A, C, D	24.71	122,301.85	22.30
		A, C, F	17.24	125,969.02	25.97
		A, D, F	9.93	116,840.22	16.84
		B, C, D	24.71	120,730.83	20.73
		B, C, F	22.13	124,398.00	24.40
		B, D, F	9.93	115,269.20	15.27
		C, D, F	24.71	123,615.90	23.62
		A, B, C, D, F	24.55	120,723.46	20.72
F	132,000.00	A, B, D*	6.12	127,355.37	3.52
		A, B, C	21.62	137,461.53	4.14
		A, B, E	13.60	124,635.84	5.58
		A, C, D	24.48	136,489.64	3.40
		A, C, E	33.26	133,770.11	1.34
		A, D, E	13.60	123,663.95	6.32
		B, C, D	24.48	134,935.34	2.22
		B, C, E	33.26	132,215.81	0.16
		B, D, E	9.57	122,109.65	7.49
		C, D, E	33.26	131,243.91	0.57
		A, B, C, D, E	34.13	129,909.90	1.58

*Optimal combination of comparable sales.

The table above shows that, in one out of six cases (Property A), the optimal combination of comparable sales yields a price divergence between estimated values and selling prices better than 90.00% of the results generated by other comparable sets. In three out of six cases (Properties B, D, and E), the optimal combination of comparable sales achieves a price divergence better than 70.00% of the results from other comparable sets. In one out of six cases (Property C), the optimal combination yields a price divergence better than 60.00% of the results from alternative samples. Finally, in one out of six cases (Property F), the optimal combination produces a price divergence better than 40.00% of the results from the remaining comparable sets.

Regarding the outcomes related to the divergence between adjusted comparable sales, we observe that in three out of six cases (Properties B, D, and F), the divergence resulting from the optimal combination of comparable sales is the lowest among all the analyzed sets. In the remaining cases, the divergence of the adjusted comparable sales for the optimal set ranks better than 70.00% to 90.00% of the results derived from the other comparable samples.

The main results obtained from Table 13 are summarized in Table 14, which reports the minimum, maximum, and mean values of the divergence between the observed real estate prices and corresponding values estimated by the model and the minimum, maximum, and mean values of the percentage divergence between adjusted prices. These values are categorized into three clusters: the «optimal triplet of comparable sales», the «starting sample of comparable sales,» and the «other triplets of comparable sales.»

Table 14. Summary of percentage divergence between observed and estimated real estate prices and percentage divergence between adjusted prices across comparable sales samples

Index	Optimal triplet of comparable sales		Starting sample of comparable sales		Other triplets of comparable sales	
	(1)	(2)	(1)	(2)	(1)	(2)
Minimum (%)	0.57	6.12	1.58	16.61	0.16	6.28
Maximum (%)	17.62	19.96	20.72	37.85	25.97	37.85
Mean (%)	8.47	10.14	9.98	29.85	10.40	21.14

(1) % divergence between the observed real estate prices and corresponding values estimated by the model.

(2) % divergence between adjusted prices.

In the case of the optimal triplet of comparable sales, the percentage deviation between observed real estate prices and the model's estimated values ranges from 0.57% to 17.62%, with an average deviation of 8.47%. The percentage deviation for adjusted prices ranges from 6.12% to 19.96%, with an average of 10.14%. For the initial sample of comparable sales, the percentage deviation between observed prices and estimated values varies from 1.58% to 20.72%, with an average of 9.98%. In comparison, the deviation for adjusted prices ranges from 16.61% to 37.85%, with an average of 29.85%. Finally, for other triplets of comparable sales, the percentage deviation between observed prices and model estimates ranges from 0.16% to 25.97%, with an average of 10.40%. The deviation for adjusted prices within these triplets spans from 6.28% to 37.85%, averaging 21.14%.

The results indicate that the MCA model performs best when the optimal selection of comparable sales is used. However, its accuracy decreases as the dataset expands or includes less optimal sales.

It is noteworthy, as indicated in the results of Table 13, that certain combinations of comparable sales yield market values closer to the observed sale prices than the so-called optimal set. Additionally, some combinations exhibit a lower percentage divergence in adjusted selling prices than the optimal set while still producing market values closer to the detected sale prices. Moreover, it is possible to find estimated market values that are very similar despite being derived from comparable sets with low or high values of percentage divergences in adjusted selling prices. Based on all these observations, it is essential to clarify that the primary objective of the proposed

methodology is to select the comparable sales that offer the highest reliability and similarity, which are critical factors in ensuring the robustness of the valuation process. A significantly high divergence between adjusted prices indicates significant variability and potential unreliability in the dataset. In different cases, this could lead to higher risks of valuation inaccuracies. It will suffice to consider the case in which the adjusted prices are used as input data in other procedures, such as the Appraisal System Model, for predictive purposes when qualitative characteristics must be considered in the appraisal process. If these data are judged without considering similarity and reliability criteria or their divergence, the formulation of the estimation judgment will be compromised.

Furthermore, the valuer cannot predict which combination of comparable sales will yield the closest market value to the observed one. Even if the valuer applies the MCA to all possible combinations of a consistent set of comparable sales, the resulting market values will likely be highly heterogeneous. In such cases, determining the best result becomes challenging, as the true market value remains unknown at the time of the appraisal. Therefore, the proposed methodology provides a reliable reference for valuers by offering a systematic approach based on fundamental comparison criteria, ensuring the selection of the most suitable set of comparable sales. This reduces reliance on trial and error or subjective judgment. The set identified through this process referred to as the optimal set, leads to a market value that is more robust in terms of similarity and reliability. While other sets of comparable sales may occasionally produce the same market value as the optimal set, they cannot be considered equally valid, as they are selected randomly and without applying the necessary criteria to evaluate the quality of the sales data, leading to potential inaccuracies.

7. Conclusion

This paper aims to establish a procedure to assist valuers in identifying the optimal combination of comparable sales for use in the Market Comparison Approach (MCA) for property valuation. The MCA currently needs a systematic approach to selecting comparable sales, which poses a significant disadvantage. This deficiency leads to a casual selection of properties for the comparable set, introducing substantial bias and subjectivity into the price adjustment process. This research addresses this critical gap in property valuation by providing a model that enhances transparency and systematic comparable sales selection, thereby reducing the risk of distorted valuations.

By leveraging the fundamental conditions governing comparison—the similarity between comparable properties and the reliability of recorded prices—it can be reasonably hypothesized that the combination of comparable sales demonstrating the highest degrees of similarity and reliability will likely generate the most equitable estimated value. Indeed, the closer the comparable sales are to the subject property and the more reliable the market data used, the more the resulting value can be considered aligned with the actual market dynamics of the relevant context. The use of rationality measures, capable of quantifying the similarity and reliability of each comparable, allows for the adoption of objective and rigorous criteria when selecting comparable properties for use in the appraisal analysis. This evaluation can be conducted through the “ideal point” methodological approach, which ranks properties based on the deviation of their similarity and reliability levels from their ideal values, i.e., the maximum values these parameters can achieve. Based on this ranking, the “optimal combination of comparable sales” can be identified, with its size varying depending on the specific needs of the adopted model. From this optimal combination, the most appropriate estimated value is derived.

The model was tested using a sample of property sales in the Quattromiglia neighborhood in Rende, demonstrating its effectiveness in assisting valuers in selecting comparable samples. The results revealed that, on average, the MCA model achieves optimal performance when comparable sales are carefully selected. This is evident in the reduced discrepancy between adjusted selling prices and prediction errors for sale prices. At the same time, the model's accuracy tends to decline as the dataset increases in size or includes less relevant sales. It is possible that among all the various combinations of comparable sales, one might yield better results in terms of both divergence between adjusted selling prices and prediction errors for sale prices. However, the valuer needs the necessary tools to identify this combination. Even if the valuer were to apply the MCA method to all possible

combinations, it would still be challenging to determine the best set of comparable sales, as the true market value remains unknown at the time of appraisal. In contrast, the strength of the optimal set lies in the fact that, in the absence of a clear reference point to evaluate the accuracy of the assessment, the selected comparable sales are based on sound criteria. This ensures a higher degree of confidence in the accuracy and robustness of the valuation.

The proposed procedure has, in addition, significant practical implications. It can resolve specific conflicts in the appraisal activity. It is common for two different valuers to express two different market values for the same subject property. Different appraisal samples are responsible for this outcome, but it is only natural to wonder which of the two appraised values best reflects the reference market. To answer this question appropriately, a new data sample from all the data used by the two valuation professionals can be created, and the selection procedure that will lead to a new appraisal value can be applied. This value could be compared to one of the initial values or provide a novel appraisal that is undoubtedly surer in terms of reliability, as it has utilized a combination of comparable sales that fulfills the fundamental criteria for comparison, namely, property similarity and selling price reliability. The advantages above are beneficial not only for professional valuers but also for banks, real estate fund management companies, and government agencies involved in property valuation. These entities require reliable valuations to avoid underestimating or overestimating properties and to ensure fair property tax assessments by quickly verifying market values.

Based on the significant results found by this research, the proposed procedure represents a significant innovation in the MCA appraisal method and is currently under observation. A potential avenue for future research involves applying the proposed comparable sales selection procedure across various market contexts and property types to evaluate its robustness and adaptability. Additionally, exploring and testing alternative methods for analyzing the similarity and reliability of selling prices would offer valuable insights. Specifically, it would be beneficial to develop a similarity measure that accounts not only for the amounts of the property characteristics but also for their unit value, considering that each feature may contribute differently to price formation.

Author Contributions

The work should be attributed equally to the Authors.

Bibliography

- ABI (2018). Linee guida per la valutazione degli immobili in garanzia delle esposizioni creditizie, available at: www.abi.it (accessed April 2024).
- Abidoye R.B., Huang W., Amidu, A.R. & Javad A.A. (2021). An updated survey of factors influencing property valuation accuracy in Australia. *Property Management*, 39(3), 343-361.
- Agenzia delle Entrate (2011). *Manuale Operativo delle Stime Immobiliari (MOSI)*, FrancoAngeli, Milano.
- Ajibola M.O. (2010). Valuation inaccuracy: An examination of causes in Lagos Metropolis. *Journal of Sustainable Development*, 3(4), 187.
- Appraisal Institute (1996). *The appraisal of real estate*.
- Babawale G.K. (2013). Designing appropriate valuation model for sustainable property tax system in developing countries. *International Journal of Law and Management*, 55(3), 226-246.
- Bellman L. (2022). *In the mind of the property appraiser: Studies of commercial property valuation* (Doctoral dissertation, Mid Sweden University).
- Benvenuti A., Salvo F. & Tavano D. (2023). The Mortgage Lending Value (MLV): proposal for a new calculation procedure. *Aestim*, 83, 21-31.
- Chen Z., Hu Y., Zhang C.J. & Liu Y. (2017). An optimal rubrics-based approach to real estate appraisal. *Sustainability*, 9(6), 909.
- Ciuna M., De Ruggiero M., Manganelli B., Salvo F. & Simonotti M. (2017). Automated valuation methods in atypical real estate markets using the mono-parametric approach. In *Computational Science and Its Applications-ICCSA 2017: 17th International Conference, Trieste, Italy, July 3-6, 2017, Proceedings*,

- Part III 17 (pp. 200-209). Springer International Publishing.
- Colwell P.F., Cannaday R.E. & Wu C. (1983). The analytical foundations of adjustment grid methods. *Real Estate Economics*, 11(1), 11-29.
- Coombs C.H. (1950). Psychological scaling without a unit of measurement. *Psychological Review*, 57(3), 145-158.
- Crosby N. (2000). Valuation accuracy, variation and bias in the context of standards and expectations. *Journal of Property Investment & Finance*, 18(2), 130-161.
- Del Giudice V., Manganelli B. & De Paola P. (2017). Hedonic analysis of housing sales prices with semiparametric methods. *International Journal of Agricultural and Environmental Information Systems (IJAEIS)*, 8(2), 65-77.
- Del Giudice V., Salvo F. & De Paola P. (2018). Resampling techniques for real estate appraisals: Testing the bootstrap approach. *Sustainability*, 10(9), 3085.
- De Paola P. (2024). Real Estate Valuations with Small Dataset: A Novel Method Based on the Maximum Entropy Principle and Lagrange Multipliers. *Real Estate*, 1(1), 26-40.
- De Paola P., Previtera S., Manganelli B., Forte F. & Del Giudice F.P. (2023). Interpreting Housing Prices with a Multidisciplinary Approach Based on Nature-Inspired Algorithms and Quantum Computing. *Buildings*, 13(7), 1603.
- De Ruggiero M., Manganelli B., Marchianò S., Salvo F. & Tavano D. (2020). Comparative and evaluative economic analysis of ground mounted photovoltaic plants. *Values and Functions for Future Cities*, 181-199.
- De Ruggiero M. & Salvo F. (2011). Misure di similarità negli adjustment grid methods. *Aestimum*, 47-58.
- De Ruggiero M., Salvo F., Tavano D. & Zinno R. (2022). When Green Turns into Value. In *Urban Regeneration Through Valuation Systems for Innovation* (pp. 279-289). Cham: Springer International Publishing.
- French N. (2023). Pricing to market—an investigation into the use of comparable evidence in property valuation. *Journal of property investment & finance*, 41(3), 300-318.
- Gabrielli L. & French N. (2021). Pricing to market: property valuation methods—a practical review. *Journal of property investment & finance*, 39(5), 464-480.
- Gau G.W., Lai T.Y., & Wang K. (1992). Optimal comparable selection and weighting in real property valuation: An extension. *Real Estate Economics*, 20(1), 107-123.
- Gau G.W., Lai T.Y. & Wang K. (1994). A further discussion of optimal comparable selection and weighting, and a response to green. *Real Estate Economics*, 22(4), 655-663.
- Gnat S. (2021). Property mass valuation on small markets. *Land*, 10(4), 388.
- Guijarro F. (2021). A mean-variance optimization approach for residential real estate valuation. *Real Estate Management and Valuation*, 29(3), 13-28.
- Harris L.C. (2002). Measuring market orientation: exploring a market-oriented approach. *Journal of market-focused management*, 5, 239-270.
- Immobiliare.it. Available online: <https://www.immobiliare.it> (accessed on 22 April 2024).
- Isakson H.. (1986). The nearest neighbors appraisal technique: An alternative to the adjustment grid methods. *Real Estate Economics*, 14(2), 274-286.
- Isakson H.R. (1988). Valuation analysis of commercial real estate using the nearest neighbors appraisal technique. *Growth and Change*, 19(2), 11-24.
- Isakson H. (2002). The linear algebra of the sales comparison approach. *Journal of real estate research*, 24(2), 117-128.
- IVSC (2024). *The International Valuations Standards*. London, UK, International Valuation Standards Council.
- Kim Y., Choi S. & Yi M.Y. (2020). Applying comparable sales method to the automated estimation of real estate prices. *Sustainability*, 12(14), 5679.
- Kummerow M. (2003). Theory for real estate valuation: An alternative way to teach real estate price estimation methods. In *Conference Proceedings of the 9th Annual Pacific-Rim Real Estate Society Conference*. Editor: Pacific Rim Real Estate Society (PRRES). Brisbane, Australia (Vol. 19, pp. 2003-22).
- Lentz G. & Wang K. (1998). Residential appraisal and the lending process: A survey of issues. *Journal of Real Estate Research*, 15(1), 11-39.

- Manaster M.S. (1991). Sales comparison approach: A comparative analysis of three appraisal reports on the same property. *The Real Estate Appraiser*, 5, 12-26.
- McCluskey W.J. & Borst R.A. (1997). An evaluation of MRA, comparable sales analysis, and ANNs. *Assessment Journal*, 4(1).
- McCluskey W., Deddis W., Mannis A., McBurney D. & Borst R. (1997). Interactive application of computer assisted mass appraisal and geographic information systems. *Journal of Property Valuation and Investment*, 15(5), 448-465.
- Mohammad N.E., Ali H.M. & Jasimin T.H. (2018). Valuer's behavioural uncertainties in property valuation decision making. *Planning Malaysia*, 16.
- Mora-Garcia R.T., Cespedes-Lopez M.F. & Perez-Sanchez V.R. (2022). Housing price prediction using machine learning algorithms in COVID-19 times. *Land*, 11(11), 2100.
- Morano P., Salvo F., De Ruggiero M., Tajani F. & Tavano D. (2024). Oligopsony Hypothesis in the Real Estate Market. Supply Fragmentation and Demand Reduction in the Economic Crisis. In *Science of Valuations: Natural Structures, Technological Infrastructures, Cultural Superstructures* (pp. 265-274). Cham: Springer Nature Switzerland.
- OIV (2015). *Principi italiani di valutazione*. Egea, Milano.
- Pace K. (1998). Total grid estimation. *Journal of Real Estate Research*, 15(1), 101-114.
- Pagourtzi E., Assimakopoulos V., Hatzichristos T. & French N. (2003). Real estate appraisal: a review of valuation methods. *Journal of property investment & finance*, 21(4), 383-401.
- Renigier-Biłozor M., Żróbek S., Walacik M., Borst R., Grover R. & d'Amato, M. (2022). International acceptance of automated modern tools use must-have for sustainable real estate market development. *Land Use Policy*, 113, 105876.
- Romano D. (2002). Le problematiche valutative delle risorse naturali e ambientali. *La valutazione degli investimenti sul territorio*, 39.
- Salvo F., Dell'Ovo M., Tavano D. & Sdino L. (2021a). Valuation approaches to assess the cultural heritage. In *New Metropolitan Perspectives: Knowledge Dynamics and Innovation-driven Policies Towards Urban and Regional Transition Volume 2* (pp. 1746-1754). Springer International Publishing.
- Salvo F., De Ruggiero M. & Tavano D. (2021b). Compensation Valuation Due to Hydraulic Constraints. In *Computational Science and Its Applications-ICCSA 2021: 21st International Conference, Cagliari, Italy, September 13-16, 2021, Proceedings, Part VIII 21* (pp. 279-288). Springer International Publishing.
- Salvo F., De Ruggiero M. & Tavano D. (2022a). Social Variables and Real Estate Values: The Case Study of the City of Cosenza. In *Values, Cities and Migrations: Real Estate Market and Social System in a Multicultural City* (pp. 173-186). Cham: Springer International Publishing.
- Salvo F., De Ruggiero M. & Tavano D. (2022b). Smart Redevelopment of Existing Buildings. Use of BIM in Economic Value Judgments. In *Urban Regeneration Through Valuation Systems for Innovation* (pp. 291-301). Cham: Springer International Publishing.
- Salvo F., De Ruggiero M., Tavano D., De Paola P. & Del Giudice F.P. (2022c). Analytical implications of mortgage lending value and bottom value. *Buildings*, 12(6), 799.
- Salvo F., Romita T., De Ruggiero M. & Tavano D. (2020). Residential tourism and real estate appraisal. *Valori e Valutazioni*, (25).
- Salvo F., Tavano D. & De Ruggiero M. (2021c). Hedonic price of the built-up area appraisal in the market comparison approach. In *New Metropolitan Perspectives: Knowledge Dynamics and Innovation-driven Policies Towards Urban and Regional Transition Volume 2* (pp. 696-704). Springer International Publishing.
- Shepard R.N., Kilpatrick D.W. & Cunningham J.P. (1975). The internal representation of numbers. *Cognitive psychology*, 7(1), 82-138.
- Shih-MingYou & Chang C.O. (2009). Weight regression model from the sales comparison approach. *Property Management*, 27(5), 302-318.
- Simonotti, M. (1985). La comparazione e il sistema generale di stima. *Rivista di economia agraria*, 4, 542-560.
- Simonotti, M. (1987). Esposizione diagrammatica del sistema generale di stima. *Rivista di economia agraria*, (1).
- Simonotti, M. (2006). *Metodi di stima immobiliare. Applicazione degli standard internazionali*. Dario Flaccovio.

- Simonotti, M. (2019). *Valutazione immobiliare standard: nuovi metodi*. Stimatrix.
- Simonotti M., Salvo F., Ciuna M. & De Ruggiero M. (2016). Measurements of rationality for a scientific approach to the market-oriented methods. *Journal of Real Estate Literature*, 24(2), 403-427.
- Tajani F., Morano P., Salvo F. & De Ruggiero M. (2020). Property valuation: the market approach optimised by a weighted appraisal model. *Journal of Property Investment & Finance*, 38(5), 399-418.
- Tecnoborsa (2018). *Codice delle Valutazioni Immobiliari* - Italian Property Valuation Standard 2018. Rome, Italy.
- Thanos S. & Dubé J. (2022). "Measure not by the scale of perfection": fixed effects versus peers in hedonic valuation of spatial amenities. *Available at SSRN 4600289*.
- Vandell K.D. (1991). Optimal comparable selection and weighting in real property valuation. *Real Estate Economics*, 19(2), 213-239.
- Voogd J.H. (1982). Multicriteria evaluation for urban and regional planning.
- Williams T.P. (2004). Base Adjusting in the Sales Comparison Approach. *Appraisal Journal*, 72(2).
- Wiltshaw D.G. (1995). A comment on methodology and valuation. *Journal of Property Research*, 12(2), 157-161.
- Yu P.L. (1973). A class of solutions for group decision problems. *Management science*, 19(8), 936-946.
- Zeleny M. (1973). Compromise programming. *Multiple criteria decision making*.
- Zeleny M. (1982). *Multiple Criteria Decision Making*, McGraw-Hill, Company.

Ottimizzazione della valutazione immobiliare: un approccio sistematico per la selezione dei comparabili basato su criteri di similarità e affidabilità nell'ambito del *Market Comparison Approach*

Francesca Salvo¹, Daniela Tavano^{1,*}

¹ Dipartimento di Ingegneria dell'Ambiente, Università della Calabria, Via Pietro Bucci, 87036 Rende, Italia;
francesca.salvo@unical.it; daniela.tavano@unical.it

* corresponding author

Parole chiave

valutazione immobiliare,
valore di mercato,
campione estimativo,
migliore combinazione
di immobili comparabili,
grado di similarità e di
affidabilità, metodo del
punto ideale

Abstract

Il *Market Comparison Approach* (MCA) è il metodo più diffuso per stimare il valore di mercato di un immobile, basato sul confronto tra l'immobile oggetto di valutazione e una selezione di immobili simili con prezzi di vendita noti. Questo approccio si fonda sull'idea che il mercato stabilisca il prezzo di un immobile in modo analogo a quanto fatto per proprietà comparabili. La precisione dell'MCA dipende strettamente dalla qualità del processo di selezione degli immobili comparabili: maggiore è la similarità con l'immobile oggetto di valutazione e l'affidabilità dei prezzi di vendita, maggiore sarà l'accuratezza della stima. L'obiettivo del valutatore è identificare la combinazione ottimale di immobili comparabili che risponda con precisione ai criteri di similarità e affidabilità. Il presente studio propone una procedura sistematica per la selezione dei comparabili ottimali, utilizzando metriche quantitative che valutano sia la similarità tra gli immobili sia la trasparenza e l'affidabilità dei prezzi di vendita. La metodologia impiega la logica operativa del "Metodo del Punto Ideale" per classificare e selezionare i comparabili più adatti, garantendo un approccio rigoroso e replicabile nella scelta degli immobili di riferimento per una stima accurata del valore di mercato.

Lo studio mette in luce l'importanza della scelta degli immobili di confronto che può risultare determinante nel discernere risultati di stima eterogenei, che risulterebbero altrimenti difficili da interpretare e giustificare in assenza di criteri valutativi adeguati. I risultati del caso studio evidenziano come l'MCA raggiunga livelli di efficacia superiori quando viene applicato a una selezione di comparabili basata su criteri specifici, testimoniati da una minima divergenza tra i prezzi corretti e da margini d'errore di previsione ridotti. Si osserva inoltre un chiaro declino nell'accuratezza dei risultati del modello al crescere della dimensione del dataset, effetto riconducibile all'inclusione, nell'analisi valutativa, di beni di confronto meno adeguati.

1. Introduzione

L'attività di valutazione immobiliare si configura come un pilastro insostituibile nell'ambito del mercato immobiliare, rivestendo un ruolo cruciale per l'accesso ai mutui, il perfezionamento delle compravendite, la gestione dei portafogli e la misurazione delle performance degli investimenti nel settore (Ajibola, 2010). Considerata la complessità intrinseca delle dinamiche di tale mercato e l'eterogeneità propria dei beni immobili, una valutazione precisa del valore di mercato risulta fondamentale per preservare stabilità e trasparenza all'interno del settore (Del Giudice et al., 2017; De Paola et al., 2023). Gli immobili rivestono un ruolo di primaria importanza per la maggior parte degli individui, e un errore di valutazione — sia in eccesso che in difetto — può arrecare notevoli danni tanto ai proprietari quanto agli acquirenti, compromettendo equilibri economici e patrimoniali (Guijarro, 2021). Un'accurata disamina delle cause alla base di potenziali inesattezze nella valutazione si rivela dunque imprescindibile per garantirne l'affidabilità. Numerosi studiosi ritengono che tra i fattori primari che concorrono alle imprecisioni si annoverino l'inesperienza del perito, la selezione dei beni di confronto da impiegare e la complessità intrinseca dell'immobile oggetto di valutazione, manifestata attraverso il suo disegno architettonico, la vetustà, la qualità dei materiali, lo stato conservativo e le molteplici altre caratteristiche distintive (Abidoye et al., 2021; Salvo et al., 2022c; De Ruggiero et al., 2022). La valutazione richiede l'intervento dell'esperto estimatore in tutte le fasi essenziali del processo valutativo: dalla lettura delle particolarità dell'immobile alla selezione oculata degli immobili comparabili, passando per l'analisi delle dinamiche di mercato e la ponderazione della rilevanza delle informazioni disponibili. Tali aspetti convergono nell'evidenziare l'insostituibile valore del giudizio dell'esperto, essenziale per garantire la coerenza, l'accuratezza e l'affidabilità delle stime prodotte.

Una sfida ricorrente nella determinazione del valore estimativo risiede nella variabilità delle valutazioni, espressione delle divergenze d'opinione tra i periti (Babawale, 2013; Mohammad et al., 2018; Crosby, 2000). Anche ricorrendo a metodologie uniformi, non è infrequente che valutatori distinti giungano a stime dissimili, prevalentemente a causa delle diverse selezioni di comparabili utilizzate nel procedimento di valutazione. Tale fenomeno si manifesta in modo particolarmente evidente nell'adozione del *Market Comparison Approach* (MCA), metodologia in cui la scelta degli immobili di confronto assume un rilievo determinante.

Secondo l'*Appraisal Institute* (1996), l'MCA è un procedimento di stima del prezzo di mercato degli immobili, attraverso il confronto tra l'immobile oggetto di stima ed un insieme di immobili di confronto simili contrattati di recente e di prezzo noto. Tale metodologia si fonda sul principio che il mercato definirà il prezzo dell'immobile oggetto di stima in modo analogo a quello utilizzato per gli immobili comparabili, previa applicazione di aggiustamenti sistematici ai prezzi per correggere eventuali divergenze nelle caratteristiche tra i comparabili rilevati e l'immobile oggetto di valutazione (Simonotti, 2006). Nel caso in cui gli immobili comparabili presentino differenze sostanziali rispetto all'immobile oggetto di stima, i loro prezzi di compravendita richiedono aggiustamenti significativi per rappresentare con precisione tali dissimilarità. Viceversa, per immobili maggiormente simili, gli aggiustamenti sono più contenuti. Da ciò consegue che una bassa divergenza dei prezzi corretti è indicativa della validità e adeguatezza dei comparabili selezionati, mentre una divergenza elevata suggerisce la necessità di individuare comparabili più idonei.

Un'approfondita comprensione dei meccanismi che sottendono il procedimento MCA costituisce la base per rispondere a una questione di cruciale importanza: "Qual è il valore di stima più consono per un dato bene oggetto di valutazione risultante dall'applicazione dell'MCA?". Tale valore risulta strettamente legato alla specifica selezione di compravendite comparabili impiegate come dati di ingresso nel processo (French, 2023; Gabrielli & French, 2021). Per ciascun bene in esame, è possibile individuare una «combinazione ottimale di comparabili» tra tutti i set di confronto ricavati da transazioni che rispettano uno standard minimo di comparabilità con l'immobile oggetto di stima. Il compito del valutatore consiste, dunque, proprio nell'individuare questa configurazione ottimale, a cui attribuire il valore di stima più adeguato.

2. Obiettivo della ricerca

Secondo gli *International Valuation Standards* (IVS) (IVSC, 2024), l'approccio di mercato rappresenta uno dei metodi fondamentali per stimare il valore di un bene. Tale metodo si fonda sulla com-

parazione tra il bene oggetto di stima e altri beni simili, detti «comparabili,» per i quali sono disponibili dati certi sui prezzi di vendita. Un pilastro fondamentale dell'approccio di mercato si basa sul principio secondo cui il valore di mercato di un immobile è strettamente connesso ai prezzi di beni simili recentemente scambiati, considerando le analogie che li accomunano (Guijarro, 2021). Per ottenere una stima accurata, il valutatore deve effettuare una selezione e un'analisi meticolosa degli immobili compravenduti in tempi recenti (Pagourtzi et al., 2003; Benvenuti et al., 2023; Salvo et al., 2021b). Affinché tale processo risulti efficace, è imprescindibile garantire la massima trasparenza nel settore immobiliare e disporre di un archivio dati completo e preciso, in grado di fornire informazioni dettagliate sulle transazioni (Bellman, 2022; Morano et al., 2024; Salvo et al., 2022a). Tuttavia, questo obiettivo è spesso difficile da raggiungere, poiché il mercato immobiliare si distingue frequentemente per la sua opacità e scarsa dinamicità. Tali caratteristiche conducono a un numero limitato di immobili effettivamente comparabili con il bene oggetto di stima, un fenomeno particolarmente diffuso in molti contesti nazionali, come quello italiano (De Paola, 2024; Del Giudice et al., 2018). Le ragioni di tale realtà sono molteplici, tra cui la resistenza all'innovazione nel comparto immobiliare, l'assenza di protocolli standardizzati per la registrazione delle informazioni, la mancanza di obblighi normativi che impongano una divulgazione completa dei dati, l'insufficienza o l'incompletezza delle fonti pubbliche e la riservatezza con cui il settore privato tratta i prezzi delle transazioni (Salvo et al., 2020).

A tali difficoltà si aggiunge la questione che le rilevazioni compiute ai fini della valutazione di un bene riguardano normalmente un numero limitato di dati, per il fatto che l'insieme dei cosiddetti beni simili al bene oggetto di stima è solitamente poco numero e che i prezzi di vendita non sempre possano ritenersi affidabili (Simonotti, 1985; Gnat, 2021; Mora-Garcia et al., 2022). I beni di confronto devono essere fisicamente, tecnicamente, funzionalmente ed economicamente simili al bene oggetto di valutazione e affinché i loro prezzi possano costituire un termine di riferimento imprescindibile per la stima del valore, è fondamentale che siano attendibili e rappresentativi del mercato. Ulteriori criticità emergono dai vincoli spaziali, relativi principalmente alla ubicazione degli immobili, e dai vincoli temporali legati all'andamento dei prezzi di compravendita. In tali circostanze, il campione estimativo può considerarsi sovente «piccolissimo» (Simonotti, 1985). In questo contesto, l'adozione di metodologie di valutazione deterministiche, quali il Sistema Generale di Stima (SGS) e il *Market Comparison Approach* (MCA), rappresenta l'unica via in grado di offrire una misura quantitativa attendibile del valore di mercato di un bene (Tecnoborsa, 2018). Di recente, è stato proposto un metodo innovativo fondato sul Principio di Massima Entropia, integrato con i moltiplicatori di Lagrange, per l'impiego in contesti operativi contraddistinti da una disponibilità ridotta di dati. Tale approccio ha mostrato un'accuratezza di stima elevata e una stabilità computazionale di notevole rilievo (De Paola, 2024).

L'MCA rappresenta il procedimento di stima *market oriented* più diffuso e consolidato a livello internazionale. Le origini del metodo risalgono ai primi decenni del Novecento negli Stati Uniti, quando le esigenze giuridiche in ambito immobiliare richiesero ai consulenti di fornire una documentazione probante a supporto dei valori stimati, rispondendo così alle necessità di attribuire valori monetari agli immobili con un fondamento oggettivo e verificabile. In Italia, l'adozione dell'MCA ha inizialmente subito un rallentamento a causa della limitata disponibilità di dati di mercato e della mancanza di banche dati immobiliari strutturate, cui attingere nei singoli casi di stima. La sua diffusione è stata resa possibile attraverso modifiche sostanziali rispetto alla versione statunitense, in particolare riguardo all'approccio per la stima dei prezzi edonici delle caratteristiche immobiliari (Simonotti, 2006). Oggi, l'MCA è annoverato tra le principali procedure di valutazione orientate al mercato ed è raccomandato nelle linee guida di numerosi enti pubblici e privati italiani, in quanto risponde pienamente ai principi degli standard di valutazione europei e internazionali (Agenzia delle Entrate, 2011; OIV, 2015; ABI, 2022).

Nei settori immobiliari ove l'MCA si applica regolarmente si ritiene generalmente che tre dati immobiliari veridici e affidabili possano costituire un campione estimativo sufficiente per condurre una stima accurata del valore di un immobile (Tecnoborsa, 2018). Tuttavia, la precisione della valutazione risulta strettamente correlata alla qualità dei dati impiegati. A tal fine, l'Osservatorio del Mercato Immobiliare (OMI) e i Servizi di Valutazione dell'Agenzia delle Entrate hanno delineato criteri

specifici per valutare la qualità intrinseca e, di conseguenza, l'ammissibilità dei comparabili. L'OMI raccoglie e pubblica periodicamente i valori medi degli immobili per ogni comune italiano, suddividendoli in base alla tipologia (abitazioni, uffici, negozi, ecc.) e alla zona territoriale. Tali dati possono costituire la base per compiere un test preliminare di ammissibilità dei comparabili, finalizzato a verificare che i beni di confronto selezionati riflettano compiutamente le dinamiche del segmento di mercato di riferimento, garantendo così la solidità e la rilevanza del processo estimativo. L'adozione di un test preliminare di ammissibilità basato su dati di mercato standardizzati permette ai periti estimatori di filtrare i dati immobiliari più pertinenti e rappresentativi. Tuttavia, tale test costituisce soltanto il primo stadio nel complesso iter di selezione delle compravendite comparabili. È essenziale delineare una procedura strutturata e rigorosa che contempli le peculiarità intrinseche degli immobili oggetto di valutazione, garantendo l'inclusione di un numero congruo di comparabili simili e affidabili, onde evitare sovrastime o sottostime del valore di mercato ricercato. Adottare un approccio sistematico nella selezione dei beni di confronto consente, inoltre, di ridurre i margini di errore derivanti dal giudizio soggettivo, minimizzando i *bias* e rafforzando la solidità del rapporto di valutazione. Un simile quadro metodologico strutturato permette ai valutatori di esercitare con maggior rigore il proprio giudizio professionale, assicurando che tutti gli elementi rilevanti vengano considerati in maniera esaustiva e che i comparabili selezionati rispecchino fedelmente sia le condizioni di mercato sia le caratteristiche distintive dell'immobile in esame.

Riconoscendo l'importanza cruciale del perito estimatore nell'assicurare che le valutazioni immobiliari siano accurate, affidabili e significative, e sottolineando la centralità della scelta dei comparabili, questa ricerca si propone di delineare una procedura mirata a supportare i valutatori nell'individuazione della combinazione ottimale di comparabili per l'implementazione dell'MCA. Lo studio si avvale di criteri specifici per valutare la qualità del campione di immobili comparabili, adottando la logica del «punto ideale». Questo approccio decisionale valuta le alternative in base alla loro distanza da un punto teorico ideale, concepito come soluzione ottimale in relazione a tutti i criteri stabiliti. Le alternative vengono così ordinate in funzione della loro prossimità a questo punto, privilegiando quelle che vi si avvicinano maggiormente. In questo contesto, il metodo è impiegato per ordinare gli immobili comparabili secondo la loro aderenza ai criteri fondamentali della comparazione: la similarità rispetto all'immobile oggetto di stima e l'affidabilità dei prezzi di compravendita. L'obiettivo ultimo è dimostrare come un processo di selezione rigoroso e basato su un solido fondamento teorico possa significativamente migliorare la precisione delle stime, fornendo strumenti valutativi validi per affrontare le problematiche derivanti dall'eterogeneità dei dati e dalle divergenze di giudizio tra diversi periti.

Per verificare l'efficacia e la solidità della procedura di selezione proposta, essa è stata applicata a un campione di comparabili relativi ad appartamenti situati nel quartiere di Quattromiglia, nel comune di Rende, in Calabria. Il modello elaborato offre un supporto rilevante e pratico ai professionisti, guidando la selezione della migliore combinazione di comparabili per la stima del valore di mercato di un immobile. Inoltre, rappresenta uno strumento prezioso per banche e società di gestione di fondi immobiliari, poiché consente loro di individuare il valore di stima più attendibile tra quelli forniti da diversi periti su uno stesso immobile, riducendo così il rischio di sottovalutazioni o sopravvalutazioni.

Il paper si sviluppa come segue. La Sezione 3 presenta una rassegna dettagliata della letteratura dedicata all'evoluzione del procedimento MCA e alle metodologie di selezione dei beni comparabili. La Sezione 4 descrive i procedimenti adottati in questo studio, soffermandosi sull'MCA e su specifici coefficienti, noti come «misure di razionalità», impiegati per valutare la similarità dei beni di confronto rispetto al bene da stimare e l'affidabilità dei rispettivi prezzi di compravendita. Viene inoltre introdotto il modello elaborato per individuare la combinazione ottimale di comparabili basato sul concetto del «punto ideale». La Sezione 5 traccia il contesto geografico e descrive il campione estimativo esaminato, mostrando l'applicazione del modello proposto su sei distinti casi di studio. La Sezione 6 analizza e discute i risultati emersi dalle applicazioni condotte. La Sezione 7, infine, riporta le conclusioni dello studio.

3. Revisione della letteratura

Tra gli approcci multiparametrici orientati al mercato, il *Market Comparison Approach* (MCA) si impone come il metodo di valutazione immobiliare più ampiamente adottato in ambito professionale in Italia. Tale preferenza scaturisce dalla sua capacità di essere applicato efficacemente anche in presenza di un numero limitato di dati di compravendita, risultando così più agile rispetto a metodi come la regressione lineare multipla, la quale richiede un'estesa disponibilità di dati e molteplici variabili esplicative per descrivere con precisione le variazioni di prezzo. La peculiarità dell'MCA di poter operare con campioni estimativi di ridotte o ridottissime dimensioni rende la sua applicazione particolarmente utile nei contesti immobiliari in cui il quadro conoscitivo risulta scarso e frammentato (Simonotti, 1987). Nondimeno, l'MCA non è immune a critiche, in particolar modo in riferimento alla sua vulnerabilità a giudizi di carattere soggettivo, i quali rischiano di minare l'affidabilità e la verificabilità dei risultati (Wiltshaw, 1995). Di conseguenza, diversi studiosi si sono dedicati all'analisi approfondita di tale metodo, sviluppando strategie orientate a minimizzare o eliminare le componenti soggettive, con l'intento di elevare l'oggettività e la precisione nell'ambito del processo valutativo.

Una copiosa letteratura sull'MCA è stata raccolta e sistematizzata da Lentz e Wang (1998), i quali hanno sapientemente sintetizzato numerosi testi e studi accademici dedicati a tale procedimento di stima. Colwell, Cannaday e Wu (1983) hanno investigato approfonditamente l'impiego di fattori di aggiustamento mediante il metodo dei minimi quadrati ordinari (OLS), proponendolo come alternativa alla tradizionale valutazione esclusivamente peritale. Manaster (1991) ha osservato come, attraverso un'applicazione rigorosa dell'MCA, diversi periti pervenissero spesso a stime affini pur impiegando metodologie parzialmente divergenti. La ricerca accademica ha altresì esplorato e affinato ulteriormente l'MCA, introducendovi nuove varianti. In tal senso, Isakson (1986, 1988) ha proposto la tecnica del «*nearest neighbor*» (NNAT), una metodologia che stima il valore di un immobile come media ponderata dei prezzi di vendita di immobili comparabili, privilegiando quelli maggiormente simili per caratteristiche. Tale approccio esclude la necessità di compiere aggiustamenti sui prezzi di compravendita. Vandell (1991) introdusse un metodo a minima varianza per la selezione e ponderazione dei comparabili, mirato a ridurre la varianza tra i prezzi corretti, un concetto ulteriormente approfondito da Gau, Lai e Wang (1992, 1994) attraverso l'impiego del coefficiente di variazione. Entrambi gli approcci si avvalgono di tecniche additive e di fattori di aggiustamento derivati tramite OLS per il calcolo dei prezzi corretti. Ciononostante, la complessità computazionale delle metodologie NNAT e a minima varianza ne ha limitato l'adozione in ambito professionale. Pace (1998) ha reinterpretato l'MCA avvalendosi della formalizzazione attraverso l'algebra delle matrici, analizzandone i presupposti teorici con rigore maggiore. Tuttavia, la sua formulazione non si dimostrava del tutto conforme alle esigenze applicative proprie della pratica peritale. In netto contrasto, Isakson (2002) ha proceduto a modellare l'MCA mediante l'impiego di equazioni algebriche lineari, ponendo in luce una fondamentale divergenza tra l'approccio professionale e quello accademico. Shih-Ming You e Chang (2009) hanno poi ampliato il paradigma tradizionale di ponderazione, ponendo l'obiettivo oltre la semplice previsione del valore economico, con un'attenzione ulteriore verso le variabili intrinseche.

In Italia, l'MCA è stato adattato introducendo modifiche sostanziali rispetto al modello statunitense, in particolare per quanto concerne la stima dei prezzi edonici delle caratteristiche immobiliari (Simonotti, 2006; Salvo et al., 2021a). L'approccio italiano si distingue per la volontà di quantificare i prezzi edonici senza fare ricorso a metodologie sofisticate come ADAM, APAM e MPAM, che risultano di ardua applicazione nel contesto nazionale. Al contrario, si predilige una struttura matematica che incorpora concetti economici cardine, quali il valore di mercato, di costo, di trasformazione, di complementarità e di surrogazione, privilegiando un metodo di calcolo che coniuga pragmatismo ed efficacia analitica (Salvo et al., 2022b).

Numerosi studi si sono adoperati per affinare ulteriormente la metodologia, con un accento particolare sul problema di selezione del campione estimativo più idoneo. Sebbene la rilevazione di beni di confronto simili costituisca il fondamento dei metodi di valutazione orientati al mercato (Harris, 2002; Benvenuti et al., 2023; Morano et al., 2024), non esiste una prassi uniformemente riconosciuta

per la selezione sistematica dei comparabili. I beni di confronto non presentano la medesima comparabilità: alcuni risultano più simili al bene oggetto di valutazione rispetto ad altri, circostanza questa che ha orientato la ricerca verso la messa a punto di sistemi di ponderazione volti a quantificare tale affinità e a disciplinare la selezione (Kummerow, 2003). McCluskey e Borst (1997) proposero una metrica di distanza per determinare il grado di somiglianza tra il bene oggetto di stima e i comparabili rilevati. Metriche di distanza, quali quelle di Minkowski, Manhattan e Mahalanobis (Thanos & Dubé, 2022), vengono frequentemente adottate per valutare la similarità tra i beni immobili, tenendo conto della molteplicità di caratteristiche che li connotano. A seguito dell'applicazione di tali metriche e dell'identificazione delle transazioni più simili, è possibile costituire un insieme di beni di confronto sufficientemente omogeneo rispetto al bene oggetto di valutazione (McCluskey et al., 1997; Colwell et al., 1983). Kim et al. (2020), in un recente studio hanno analizzato le caratteristiche di ciascun bene di confronto del campione estimativo per isolare quelle maggiormente analoghe alle caratteristiche possedute dal bene oggetto di valutazione. Tale studio ha posto l'accento sull'importanza dell'impiego di misure volte a quantificare la similarità al fine di incrementare l'accuratezza e la robustezza delle stime immobiliari condotte attraverso l'MCA. Nondimeno, la precisione di tali stime non dipende esclusivamente dalla similarità dei beni di confronto, ma altresì dall'affidabilità dei rispettivi prezzi di compravendita. Pertanto, si rende imprescindibile stabilire una procedura rigorosa per la selezione dei dati, che contempli congiuntamente i criteri di similarità tra i beni immobili e di affidabilità dei prezzi di mercato rilevati. Un siffatto approccio consentirebbe ai periti di individuare, per un dato bene, un insieme di beni di confronto che conduca alla determinazione del valore di stima più appropriato, attenuando il rischio di includere comparabili di scarsa similarità o i cui prezzi di compravendita siano poco attendibili. Inoltre, un processo metodico contribuirebbe a limitare il rischio di giudizi soggettivi, mitigando le distorsioni e accrescendo la credibilità delle relazioni peritali. Il presente studio si propone di colmare la lacuna concernente l'assenza di una procedura standardizzata per la selezione dei comparabili, proponendo un metodo sistematico di selezione dei dati che impieghi le condizioni fondamentali della comparazione quali criteri per valutare la qualità dei beni di confronto.

4. Materiali e metodi

4.1. Il procedimento di stima *Market Comparison Approach* (MCA)

Il *Market Comparison Approach* (MCA) si configura come un metodo di stima del valore di mercato e del potenziale reddito immobiliare, fondato sul confronto tra l'immobile oggetto di valutazione e un insieme di immobili simili, di recente compravendita e di prezzo noto (Pagourtzi et al., 2003; Simonotti, 2006; De Ruggiero et al., 2020; Renigier-Biłozor et al., 2022; Salvo et al., 2021c). Alla base di tale approccio risiede il principio secondo cui "il mercato determinerà il prezzo di un immobile nello stesso modo in cui ha stabilito il valore di beni analoghi". In questo contesto, è naturale che un compratore non sia disposto a corrispondere per un immobile sostituibile una cifra superiore a quella necessaria per l'acquisto di un bene dalle stesse caratteristiche e nello stesso mercato di riferimento. Essenzialmente, l'MCA rappresenta un sistema rigoroso di comparazione, applicato alla valutazione immobiliare sulla base delle caratteristiche tecnico-economiche degli immobili.

Dopo aver definito le peculiarità distintive dell'immobile oggetto di stima e degli immobili comparabili, il valutatore procede con l'aggiustamento del prezzo noto, modulandolo in funzione del grado di similarità con il bene da stimare. Nel caso in cui un bene immobile di confronto presenti differenze significative rispetto all'immobile oggetto di valutazione, il suo valore di mercato deve essere sensibilmente aggiustato, risultando in una discrepanza marcata rispetto al prezzo originario. Al contrario, qualora sussista una forte similarità tra i due immobili, il valore del bene comparabile richiede soltanto lievi aggiustamenti, portando così alla stima di un prezzo che si avvicina a quello rilevato. In ipotetici casi di perfetta identità tra gli immobili, alcun aggiustamento si renderebbe necessario, e il prezzo corretto coinciderebbe esattamente con quello originariamente rilevato.

Il valore del bene oggetto di stima viene stabilito come media dei prezzi corretti e la divergenza tra questi ultimi funge da indicatore della qualità del risultato ottenuto (Guijarro, 2021). Una bassa

divergenza tra i prezzi corretti attesta la bontà del processo di aggiustamento. Al contrario, una divergenza elevata segnala che i beni di confronto considerati presentano un basso *standard* di comparabilità con il bene oggetto di stima, richiedendo dunque l'individuazione di beni di confronto maggiormente affini.

Gli aggiustamenti rappresentano il fulcro del procedimento estimativo MCA le cui fasi principali sono le seguenti:

1. analisi del mercato per la rilevazione di contratti recenti di immobili appartenenti allo stesso segmento di mercato;
2. rilevazione dei dati immobiliari completi (planimetria della zona, piante, foto, ecc.);
3. scelta delle caratteristiche immobiliari (*elements of comparison*);
4. compilazione della tabella dei dati (*sales summary grid*);
5. stima dei prezzi marginali (*adjustments*);
6. redazione della tabella di valutazione (*sales adjustment grid*);
7. sintesi valutativa (*reconciliation*) e presentazione dei risultati.

Le fasi da 1 a 3 riguardano la rilevazione dei dati e la scelta delle caratteristiche, le fasi da 4 a 7 riguardano la redazione del rapporto di valutazione che riporta il valore di stima. La fase cruciale del metodo consta nell'analisi dei prezzi marginali delle caratteristiche degli immobili scelte (fase 5). Ogni caratteristica viene valutata separatamente e il prezzo marginale corrispondente è strumentale al compimento degli aggiustamenti dei prezzi osservati. I criteri di stima dei prezzi marginali sono: il prezzo, il costo, il valore di trasformazione, il valore complementare e il valore di sostituzione (Simonotti, 2006). Valori positivi del prezzo marginale indicano che un incremento unitario nella quantità di una caratteristica si traduce in un prezzo totale più alto. Al contrario, valori negativi suggeriscono che l'aumento unitario di una determinata caratteristica comporta una diminuzione del prezzo totale. Valori nulli emergono, invece, quando una variazione unitaria nell'ammontare di una caratteristica non esercita alcuna influenza sul prezzo.

L'MCA si fonda in larga misura sulla qualità e sulla disponibilità dei dati relativi agli immobili comparabili. Tale approccio, tuttavia, incontra delle limitazioni per via dell'unicità intrinseca di ciascun immobile, specialmente in riferimento a beni destinati a usi specifici, per i quali risulta arduo reperire beni di confronto affidabili e in numero adeguato. Pur essendo auspicabile disporre di un ampio numero di dati, le evidenze consolidate indicano che almeno tre comparabili costituiscono il numero minimo per ottenere una stima accurata e affidabile (Williams, 2004).

4.2. Le misure di razionalità: grado di similarità e di affidabilità

Come è noto, il concetto di comparazione costituisce il principio cardine su cui si fonda la determinazione del valore di stima. Nei procedimenti estimativi orientati al mercato, la comparazione implica, in senso rigoroso, una valutazione quantitativa delle differenze qualitative che intercorrono tra il bene oggetto di stima e i beni di confronto, di cui è noto il prezzo di mercato. Le condizioni imprescindibili da rispettare al fine di garantire una comparazione attendibile si articolano essenzialmente in due principi fondamentali:

- La disponibilità di immobili di confronto che siano simili per caratteristiche al bene oggetto di stima;
- La certezza di prezzi noti e affidabili per gli immobili di confronto, che escludano transazioni anomale o non rappresentative.

La selezione dei beni di prezzo noto riveste un'importanza primaria per l'accuratezza e la solidità della stima finale. Nel contesto delle rilevazioni di mercato necessarie alla valutazione di un bene, i dati disponibili sono spesso limitati, sia a causa delle restrizioni spaziali intrinseche ai beni immobili, sia per le fluttuazioni temporali che influenzano la dinamica dei prezzi di mercato (Simonotti, 1985). Nella pratica estimativa, è frequente che la valutazione di un bene singolare richieda la costruzione

di un insieme di confronto in grado di soddisfare pienamente i criteri fondamentali della comparazione. Tale insieme potrebbe includere beni solo parzialmente simili a quello in esame, con prezzi di compravendita di diversa affidabilità. Stabilire in quale misura tali beni soddisfino i criteri comparativi essenziali è cruciale per ottenere una valutazione equa e affidabile. Il grado di similarità e affidabilità dei beni di confronto può essere misurato tramite specifici coefficienti, noti come “misure di razionalità” (De Ruggiero & Salvo, 2011; De Ruggiero et al., 2020), la cui introduzione nell’analisi estimativa consente di ridurre l’incertezza nel risultato finale.

4.2.1. Misurazione del grado di comparabilità dei beni di confronto: i coefficienti di similarità

Il grado di similarità tra il bene oggetto di stima e un generico comparabile può essere espresso mediante una misura nota come «coefficiente di similarità» (Ciuna et al., 2017). Tale misura consente di accertare il livello di somiglianza tra il bene oggetto di valutazione e ciascun immobile di prezzo noto, utilizzando tutte le caratteristiche quantitative e qualitative rilevate. Essa si fonda sulla «vicinanza» tra i valori delle caratteristiche del bene in esame e quelli degli immobili considerati per il confronto. La similarità si accresce con l’aumentare della prossimità dei valori delle caratteristiche tra il bene oggetto di valutazione e i comparabili; al contrario, una distanza rilevante tra tali valori segnala una minore similarità (De Ruggiero & Salvo, 2011).

Il grado di somiglianza di ciascun immobile di confronto può essere dunque valutato in funzione della differenza tra il valore della j -esima caratteristica del j -esimo comparabile e quello corrispondente del bene oggetto di stima. Questa differenza può essere espressa sia in termini di valore assoluto sia in termini di quadrato delle distanze standardizzate.

In termini di valore assoluto, il coefficiente di similarità c_{sim}^j del generico comparabile j può essere formalizzato come segue (Eq. 1):

$$c_{sim_a}^j = \frac{\sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n \left| \frac{x_{ij} - x_{i0}}{\bar{x}_i} \right| - \sum_{i=1}^n \left| \frac{x_{ij} - x_{i0}}{\bar{x}_i} \right|}{(m-1) \cdot \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n \left| \frac{x_{ij} - x_{i0}}{\bar{x}_i} \right|} \quad (1)$$

e in termini di quadrato delle distanze standardizzate, nel modo seguente (Eq. 2):

$$c_{sim_q}^j = \frac{\sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n \left(\frac{x_{ij} - x_{i0}}{\bar{x}_i} \right)^2 - \sum_{i=1}^n \left(\frac{x_{ij} - x_{i0}}{\bar{x}_i} \right)^2}{(m-1) \cdot \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n \left(\frac{x_{ij} - x_{i0}}{\bar{x}_i} \right)^2} \quad (2)$$

dove x_{ij} è l’ammontare della i -esima caratteristica del j -esimo comparabile; x_{i0} è l’ammontare della i -esima caratteristica dell’immobile da valutare; $\bar{x}_i$ è l’ammontare medio della caratteristica considerata; m è il numero dei comparabili; n è il numero delle caratteristiche.

Il bene comparabile che presenta il coefficiente di similarità più elevato risulta essere il più simile al bene oggetto di valutazione, caratterizzato dalla minima differenza nelle rispettive caratteristiche.

4.2.2 Misurazione del grado di attendibilità dei prezzi di mercato: i coefficienti di affidabilità

La necessità di determinare il grado di affidabilità dei comparabili rilevati sorge dalla presenza di prezzi di compravendita potenzialmente anomali nel mercato immobiliare. In linea generale, una serie di prezzi di compravendita può considerarsi priva di anomalie qualora siano soddisfatte le seguenti condizioni:

- I prezzi di compravendita siano stati rilevati all’interno del medesimo segmento di mercato in cui ricade il bene oggetto della valutazione;
- I prezzi di compravendita risultino recenti e conformi alla definizione di valore di mercato;
- I prezzi di compravendita siano stati raccolti attraverso una metodologia coerente e derivino da fonti comuni e comparabili.

Il grado di affidabilità dei comparabili può essere misurato tramite un indicatore chiamato «coefficiente di affidabilità» (De Ruggiero & Salvo, 2011). Per ciascun comparabile, il grado di affidabilità è valutato in funzione del suo prezzo per unità di superficie. Tale indicatore si basa sulla «prossimità» tra il prezzo unitario del singolo comparabile e il prezzo unitario medio di tutti gli immobili campionati. Sebbene il prezzo di compravendita di un immobile risulti inevitabilmente determinato da una pluralità di fattori, quali l'età dell'edificio, la qualità delle finiture, la data della transazione, il contesto urbano in cui è ubicato, lo stato di conservazione e molteplici altre variabili, la superficie si conferma quale elemento cardine e prevalente nell'influenzare il valore intrinseco di un immobile. L'uso del prezzo per unità di superficie rappresenta un approccio efficace per ridurre l'influenza della variabile superficie e permettere confronti più uniformi e coerenti tra i diversi comparabili.

Il coefficiente di affidabilità c_{aff}^j del generico comparabile j è calcolato come segue (Eq. 3):

$$c_{aff}^j = \frac{\left(1 - \left|\frac{p_j - \bar{p}}{\bar{p}}\right|\right)^{m+1}}{\sum_{j=1}^m \left(1 - \left|\frac{p_j - \bar{p}}{\bar{p}}\right|\right)^{m+1}} \quad (3)$$

dove p_j è il prezzo per unità di superficie del j -esimo comparabile; $\bar{p}$ è il prezzo per unità di superficie medio degli m comparabili; m è il numero dei comparabili.

4.2.3 Misurazione del grado di comparabilità dei beni di confronto e di attendibilità dei prezzi di mercato: il coefficiente composto

Il grado di similarità evidenzia la corrispondenza tra i beni di confronto e quello oggetto di valutazione, mentre il grado di affidabilità permette di identificare eventuali anomalie nei prezzi di compravendita all'interno del campione analizzato. Tali misure costituiscono i due criteri fondamentali per valutare i beni a prezzo noto, determinandone l'idoneità all'impiego nell'analisi estimativa (Simonotti et al., 2016; Tajani et al., 2020). Per soddisfare simultaneamente entrambi i criteri, si propone l'adozione di una misura unificata, ottenuta dalla sintesi dei coefficienti di similarità e affidabilità, denominata «coefficiente composto» (De Ruggiero & Salvo, 2011).

Il coefficiente composto c_{com}^j relativo al generico comparabile j può essere definito come segue:

- se il coefficiente di similarità è espresso in termini di valore assoluto (Eq. 4):

$$c_{com}^j = \frac{c_{sim}^j \cdot c_{aff}^j}{\sum_{j=1}^m c_{sim}^j \cdot c_{aff}^j} \quad (4)$$

- se il coefficiente di similarità è espresso in termini di quadrato delle distanze standardizzate (Eq. 5):

$$c_{com}^j = \frac{c_{sim}^j \cdot c_{aff}^j}{\sum_{j=1}^m c_{sim}^j \cdot c_{aff}^j} \quad (5)$$

dove c_{com}^j e c_{com}^j sono i valori dei coefficienti composti del j -esimo comparabile; c_{sim}^j e c_{sim}^j sono i valori dei coefficienti di similarità del j -esimo comparabile; c_{aff}^j è il valore del coefficiente di affidabilità del j -esimo comparabile; m è il numero dei comparabili.

4.2.4 L'utilizzo delle misure di razionalità nella letteratura estimativa

La prima applicazione dei coefficienti di similarità, affidabilità e composti nei procedimenti orientati al mercato si è concentrata sulla fase di *reconciliation* dell'MCA (Simonotti et al., 2016). Tale fase si basa sul postulato dell'ordinarietà, espresso attraverso il criterio statistico, secondo cui i prezzi corretti, intesi come stime, costituiscono una variabile casuale che associa a ogni evento (il prezzo corretto) una determinata probabilità. In quest'ottica, le misure di similarità e affidabilità vengono

interpretate come probabilità associate ai prezzi corretti. Il valore di mercato più probabile dell'immobile in esame viene quindi determinato come valore atteso, calcolato secondo la seguente formula (Eq. 6):

$$V = \sum_{j=1}^m c_{com}^j \cdot P_{Cj} \quad (6)$$

dove V è il più probabile valore di mercato dell'immobile oggetto di stima; c_{com}^j è il valore del coefficiente composto del j -esimo comparabile; P_{Cj} è il prezzo corretto del j -esimo comparabile; m è il numero dei comparabili.

Il ruolo delle suddette misure nella fase di *reconciliation* è duplice: da un lato, la loro natura statistica consente di rilevare e correggere eventuali distorsioni presenti nel campione di dati utilizzato nell'analisi estimativa; dall'altro, esse possono essere intese come probabilità associate ai prezzi corretti, concepiti a loro volta come variabili casuali.

Tajani et al. (2020) propongono un'ulteriore applicazione dei coefficienti di similarità e affidabilità nel contesto del Sistema Generale di Stima (SGS). In questo approccio, tali coefficienti vengono integrati nelle equazioni che costituiscono l'SGS per attribuire un «peso» variabile alle funzioni di comparazione, calibrandolo in base ai gradi di similarità e affidabilità dei beni comparabili su cui si fondano. La formulazione del Sistema Generale di Stima con l'introduzione dei suddetti coefficienti risulta la seguente (Eqs. 7 e 8):

- se il coefficiente di similarità c_{sim}^j è espresso mediante l'Equazione 1:

$$\begin{cases} c_{aff}^1 \cdot (P_1 - V_0) = \sum_{i=1}^n c_{sim_a}^1 \cdot (x_{i1} - x_{i0}) \cdot p_i \\ c_{aff}^2 \cdot (P_2 - V_0) = \sum_{i=1}^n c_{sim_a}^2 \cdot (x_{i2} - x_{i0}) \cdot p_i \\ \dots = \dots \\ c_{aff}^m \cdot (P_m - V_0) = \sum_{i=1}^n c_{sim_a}^m \cdot (x_{im} - x_{i0}) \cdot p_i \end{cases} \quad (7)$$

- se il coefficiente di similarità c_{sim}^j è espresso mediante l'Equazione 2:

$$\begin{cases} c_{aff}^1 \cdot (P_1 - V_0) = \sum_{i=1}^n c_{sim_q}^1 \cdot (x_{i1} - x_{i0}) \cdot p_i \\ c_{aff}^2 \cdot (P_2 - V_0) = \sum_{i=1}^n c_{sim_q}^2 \cdot (x_{i2} - x_{i0}) \cdot p_i \\ \dots = \dots \\ c_{aff}^m \cdot (P_m - V_0) = \sum_{i=1}^n c_{sim_q}^m \cdot (x_{im} - x_{i0}) \cdot p_i \end{cases} \quad (8)$$

L'introduzione dei coefficienti di similarità e affidabilità nel sistema di equazioni SGS apporta molteplici vantaggi. Grazie alla ponderazione dei dati del campione di confronto, tali coefficienti permettono di ampliare l'orizzonte spaziale per l'individuazione dei comparabili, includendo nell'analisi anche beni caratterizzati da un rilevante grado di dissimilarità. Questo approccio rende il modello particolarmente adatto anche a contesti territoriali con mercati poco dinamici. Inoltre, l'utilizzo di questi coefficienti consente di superare il problema dell'indeterminatezza della soluzione nel sistema SGS, specialmente nei casi in cui la matrice delle differenze risulti non invertibile. Infine, la struttura matematica del sistema, arricchita dai vincoli di similarità e affidabilità, nonché da quelli empirici definiti dal valutatore sulla base della conoscenza del fenomeno e delle dinamiche del mercato locale, garantisce risultati più coerenti con le evidenze empiriche e le aspettative del contesto analizzato.

4.2.5 L'impiego delle misure di razionalità nella procedura di selezione della combinazione ottimale di compravendite comparabili

La selezione del campione estimativo rappresenta un passaggio preliminare di cruciale importanza in ogni procedura di valutazione basata sul mercato. Nonostante la sua rilevanza indiscussa, attualmente non esistono protocolli standardizzati per la raccolta e la scelta dei beni di confronto (Chen et al., 2017). Una volta definite le caratteristiche dell'immobile da valutare, si procede generalmente con un'analisi di mercato finalizzata a identificare immobili simili, così da costruire un insieme di comparazione. Poiché ogni transazione di mercato costituisce una variabile aleatoria, si assume comunemente che nessun bene comparabile sia intrinsecamente superiore agli altri. Di conseguenza, i risultati estimativi ottenuti da campioni di comparabili diversi vengono spesso considerati equivalenti. Tuttavia, data l'unicità di ciascun immobile, è naturale aspettarsi che i comparabili mostrino livelli variabili di somiglianza rispetto al bene oggetto di stima, con prezzi di vendita che riflettono gradi differenti di affidabilità. Eventuali discrepanze nel campione, sia per quanto riguarda la similarità delle caratteristiche sia l'affidabilità dei prezzi, possono mettere in discussione l'assunto di equivalenza tra i beni comparabili.

Poiché il giudizio di stima dipende in larga misura dalla selezione degli immobili di confronto, e considerando che le condizioni fondamentali per una comparazione efficace risiedono nella similarità con il bene oggetto di valutazione e nell'affidabilità dei prezzi di mercato, l'impiego di misure che valutino tali aspetti può rappresentare un criterio determinante per validare l'inclusione di ciascun comparabile nell'analisi estimativa. Questi criteri consentono di individuare, per un determinato bene, la «migliore combinazione di comparabili», ovvero quella che conduce alla determinazione del valore di stima più coerente e attendibile (Simonotti, 1987). Partendo dal presupposto che i beni di confronto disponibili sul mercato presentino livelli variabili di somiglianza con il bene oggetto di valutazione e che i loro prezzi di vendita offrano gradi differenti di affidabilità, diviene possibile classificare i comparabili sulla base di queste due dimensioni. Tale classificazione permette non solo di ordinare i beni di confronto secondo criteri oggettivi, ma anche di selezionare il campione più idoneo per il procedimento estimativo adottato. Il termine «migliore» assume qui una connotazione tecnica, riferendosi a quel campione che, tra le molteplici combinazioni possibili, soddisfa con maggiore precisione le condizioni essenziali della comparazione, garantendo una stima congrua e rigorosa. Questo approccio eleva la qualità del giudizio estimativo, rafforzandone la credibilità grazie a una selezione ponderata e metodologicamente strutturata del campione di riferimento.

Il coefficiente composto rappresenta un tentativo di sintetizzare, in un'unica misura, le due dimensioni fondamentali per validare i beni comparabili: similarità e affidabilità. Tale strumento potrebbe essere impiegato per ordinare i comparabili da utilizzare nel processo estimativo, creando una gerarchia basata sull'equilibrio tra queste due dimensioni. Attraverso questo indice si mira a selezionare i comparabili che meglio coniugano somiglianza e qualità dei dati. Tuttavia, la natura moltiplicativa del coefficiente implica che le due dimensioni siano considerate compensabili: una carenza in una può essere bilanciata da un'elevata performance nell'altra. Di conseguenza, un alto valore del coefficiente non garantisce necessariamente che il bene di confronto sia il più adeguato, poiché potrebbe riflettere un compromesso tra bassa similarità e alta affidabilità, o viceversa. L'uso del coefficiente composto per classificare i beni comparabili presuppone dunque che similarità e affidabilità possano essere trattate come dimensioni intercambiabili. Tuttavia, questa ipotesi non è sempre concettualmente valida. Ad esempio, una significativa dissimilarità rispetto al bene oggetto di stima non può essere compensata solo dall'affidabilità del prezzo di compravendita. Allo stesso modo, un comparabile con un prezzo poco attendibile potrebbe risultare utile se le sue caratteristiche sono particolarmente simili a quelle del bene da valutare. In questa prospettiva, il coefficiente composto offre un'approssimazione utile solo in contesti in cui le variazioni tra similarità e affidabilità sono contenute. La sua efficacia diminuisce quando il *trade-off* tra queste due dimensioni diventa più marcato, limitandone l'applicabilità in situazioni caratterizzate da forti squilibri.

Un'interessante alternativa all'uso dei coefficienti composti per classificare i comparabili è rappresentata dall'approccio metodologico del «punto ideale», introdotto da Coombs negli anni Cinquanta (Coombs, 1950) e successivamente sviluppato da Shepard (Shepard et al., 1975) e Milan Zeleny (1982). Questo modello, nato nell'ambito dell'analisi multicriteriale, si propone di risolvere un problema individuando preliminarmente le alternative efficienti (non dominate), ossia quelle soluzioni

che non possono essere migliorate in un criterio senza sacrificare altri obiettivi. Il punto ideale funge da riferimento per valutare le diverse opzioni (Voodg, 1982). Nella «teoria decisionale dell'ideale» (Zeleny, 1982; Yu, 1973), esso è definito come un'alternativa rappresentata da un vettore i cui elementi corrispondono ai valori massimi raggiungibili per ciascun attributo o criterio tra le opzioni disponibili. Nel 1973, Zeleny formulò il cosiddetto «assioma della scelta,» secondo cui vengono preferite le alternative più vicine al punto ideale rispetto a quelle più distanti (Zeleny, 1973). In questo modo, la prossimità al punto percepito come ideale diventa il principio guida nelle scelte decisionali, evitando la necessità di una quantificazione esatta del benessere associato a ciascuna opzione.

Date m alternative ($k = 1, \dots, m$) e s criteri ($w = 1, \dots, s$), lo spazio delle alternative può essere espresso in forma matriciale come (Eq. 9):

$$Y = \{y_w^k\}, \quad (9)$$

dove y_w^k è il valore raggiunto dal criterio w -esimo per l'alternativa k -esima. Il punto ideale è allora definito dal seguente vettore (Eq. 10):

$$y^* = \max_k \{y_w^k\} = \{y_w^*\}. \quad (10)$$

Per determinare il grado di vicinanza di una qualsiasi alternativa y^k a quella ideale, y^* , in termini di distanza d^k , può essere definita un'appropriata famiglia di funzioni di distanza (Eq. 11):

$$L_p(\lambda, k) = \left[\sum_{w=1}^s (\lambda_w)^p (1 - d_w^k)^p \right]^{\frac{1}{p}} \quad (11)$$

dove $\lambda = \{\lambda_1, \dots, \lambda_s\}$ (con $\sum \lambda_w = 1$) è un vettore di pesi assegnati ai vari criteri e p ($1 \leq p \leq \infty$) rappresenta il parametro caratteristico della famiglia di funzioni di distanza (Romano, 2002).

In particolare, casi notevoli della (11) si hanno per particolari valori di p :

- per $p = 1$ (Distanza di Manhattan) (Eq. 12):

$$L_1(\lambda, k) = \sum_{w=1}^s \lambda_w (1 - d_w^k) \quad (12)$$

- per $p = 2$ (Distanza Euclidea) (Eq. 13):

$$L_2(\lambda, k) = \left[\sum_{w=1}^s (\lambda_w)^2 (1 - d_w^k)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (13)$$

- per $p = \infty$ (Distanza di Chebychev) (Eq. 14):

$$L_\infty(\lambda, k) = \max_w \{\lambda_w (1 - d_w^k)\}. \quad (14)$$

Variando il parametro p si ottengono, dunque, diverse soluzioni per il calcolo della distanza. L'insieme delle soluzioni ottenute per p compreso tra 1 e ∞ , è definito come «l'insieme di compromesso».

Il parametro p è strettamente legato al concetto di «compensatorietà». I metodi che si basano sulle distanze Euclidea e di Manhattan sono definiti compensatori, poiché un punteggio basso ottenuto da un'alternativa in un criterio può essere bilanciato da un punteggio più alto in un altro. Diversamente, la distanza di Chebyshev rappresenta un approccio non compensatorio, in cui un punteggio insufficiente su un criterio incide direttamente sulla scelta finale, senza possibilità di compensazione attraverso migliori prestazioni sugli altri criteri. Quando $p = 1$, le funzioni di utilità risultano additive e lineari, esprimendo una compensazione completa che consente un *trade-off* totale tra gli attributi. Al crescere di p , il grado di compensazione si riduce progressivamente, fino ad annullarsi con $p = \infty$. In quest'ultimo caso, emerge la massima competizione tra le alternative, poiché la decisione dipende unicamente dalla performance su ciascun singolo attributo, senza alcuna possibilità di bilanciamento tra di essi.

Per comprendere pienamente come il metodo del punto ideale possa guidare la classificazione e la selezione della combinazione ottimale di comparabili, la Tabella 1 presenta i vari elementi che lo costituiscono, mettendo in risalto il ruolo specifico di ciascuno nel contesto analizzato.

Tabella 1. Componenti del metodo del punto ideale e del problema di selezione della migliore combinazione di comparabili a confronto

Componenti del metodo del punto ideale		Componenti del problema di selezione della migliore combinazione di comparabili	
Alternative		<u>COMPARABILI RILEVATI</u>	
Criteri		<u>MISURE DI SIMILARITÀ E AFFIDABILITÀ</u>	
<u>IMPORTANZA DA ATTRIBUIRE ALLE MISURE DI SIMILARITÀ E DI AFFIDABILITÀ NEL PROCESSO DI STIMA</u>			
Pesi	Nel caso di specie, appare ragionevole assegnare pesi equivalenti a entrambe le misure, poiché ciascuna rappresenta un presupposto essenziale per garantire il corretto svolgimento dell'analisi estimativa.		
<u>VALORI MASSIMI CONSEGUIBILI DALLE MISURE DI SIMILARITÀ E AFFIDABILITÀ</u>			

Analizzando le formule (1), (2) e (3) si può osservare che:

- i coefficienti di similarità possono assumere valori appartenenti all'intervallo $0 \leq c_{sim}^j < \frac{1}{m-1}$ (0 se un comparabile è l'unico che si presenta non uguale all'immobile oggetto di stima; $\frac{1}{m-1}$ se l'immobile di confronto è uguale all'immobile oggetto di stima);
 - i coefficienti di affidabilità possono assumere valori appartenenti all'intervallo $0 \leq c_{aff}^j \leq \frac{1}{m}$ (0 se il prezzo unitario del generico comparabile si discosta fortemente dal prezzo medio unitario del campione; $\frac{1}{m}$ se il prezzo unitario del generico comparabile coincide con il prezzo medio unitario del campione).
- Punti Ideali

I valori massimi o "punti ideali" delle misure considerate sono dunque i seguenti (Eqs. 15 e 16):

$$y_{sim}^* = \frac{1}{m-1} \quad (15)$$

$$y_{aff}^* = \frac{1}{m} \quad (16)$$

dove y_{sim}^* rappresenta il punto ideale associato alla misura di similarità; rappresenta il punto y_{aff}^* ideale associato alla misura di affidabilità; m rappresenta il numero di comparabili analizzati.

La procedura di selezione della migliore combinazione di comparabili può essere riassunta nei seguenti passaggi:

1. Calcolo dei coefficienti di similarità e affidabilità;
2. Identificazione dei punti ideali associati a ciascun criterio;
3. Calcolo delle distanze tra i coefficienti e i punti ideali;
4. Applicazione della funzione di distanza $L_p(\lambda, k)$;
5. Classificazione dei comparabili;
6. Selezione dei comparabili da impiegare nel procedimento di stima.

L'integrazione delle misure di similarità e affidabilità, applicate secondo i principi del metodo del punto ideale, accresce la trasparenza e il rigore nella selezione degli immobili di confronto, fornendo una metodologia chiara e sistematica per individuare i comparabili. Questo approccio costituisce un supporto fondamentale per il perito nelle fasi iniziali dell'analisi estimativa, contribuendo significativamente a migliorare la coerenza e la credibilità dell'intero processo valutativo.

5. Caso studio

La metodologia descritta nel paragrafo precedente è stata applicata a un caso di studio sul mercato immobiliare del comune di Rende, con l'intento di analizzare gli effetti dell'adozione della combinazione ottimale di comparabili nel processo estimativo basato sul *Market Comparison Approach*.

5.1. Dataset

5.1.1 Area di studio e informazioni di mercato

Lo studio si focalizza sul mercato immobiliare del quartiere Quattromiglia, situato nella città di Rende, una vivace e dinamica realtà in espansione nella regione Calabria, nel sud Italia. Rende gode di una posizione strategica, grazie alla vicinanza a Cosenza e a una rete infrastrutturale efficiente, che include autostrada e linea ferroviaria, rendendo l'area facilmente accessibile. Un elemento di particolare rilievo è la presenza dell'Università della Calabria, il più importante polo accademico regionale, che contribuisce in modo significativo al fermento economico e sociale del territorio. La Tabella 2 offre una panoramica dettagliata dei principali dati relativi all'area, tra cui estensione, popolazione e densità, aggiornati al 2024.

Tabella 2. Estensione, popolazione e densità della città di Rende, anno 2024

Città	Estensione*	Popolazione*	Densità*
Rende	55,28	36.657,00	663,00
Unità	Km ²	persone	persone/Km ²

* tuttitalia.it disponibile al link: <https://www.tuttitalia.it/calabria/provincia-di-cosenza/35-comuni/densita/> (data ultimo accesso: 22 April 2024).

Il prezzo medio degli immobili residenziali nella città di Rende, a febbraio 2024, è di €1.236 al metro quadro, evidenziando un aumento del 3,17% rispetto a febbraio 2023 (€1.198 al metro quadro). Il prezzo medio più alto negli ultimi due anni è stato registrato a novembre 2023, pari a €1.237 al metro quadro, mentre il più basso è stato di €1.186 al metro quadro a marzo 2023 (fonte: Immobiliare.it). Il segmento di mercato immobiliare analizzato specificatamente è quello relativo al quartiere «Quattromiglia» di Rende, una zona residenziale di grande interesse per la vicinanza all'Università della Calabria, che rappresenta circa il 15,00% di tutte le transazioni immobiliari di Rende. Il prezzo medio degli immobili residenziali a Quattromiglia è di €1.355 al metro quadro, sensibilmente superiore alla media cittadina di €1.236 al metro quadro a febbraio 2024.

5.1.2 Il campione estimativo

Il campione estimativo è composto da sei appartamenti situati in edifici multipiano nel quartiere di «Quattromiglia». I dati sono stati ottenuti dall'*Observatory of Real Estate Market* (OREM), un vasto archivio che organizza in modo sistematico informazioni sul mercato immobiliare, curato dal Dipartimento di Ingegneria dell'Ambiente (DIAM) dell'Università della Calabria. Le transazioni comparabili sono state selezionate in un'area urbana caratterizzata da omogeneità nella qualità ambientale e nella distribuzione dei servizi essenziali. Per l'analisi sono state individuate sette caratteristiche immobiliari eterogenee, illustrate nella Tabella 3.

Tabella 3. Descrizione delle caratteristiche immobiliari

No.	Caratteristiche	Descrizione	Acronimo	Unità	Tipologia
1	Prezzo di compravendita	Prezzo di compravendita dell'unità immobiliare	PRZ	€	Quantitativa continua
2	Data del contratto	Data di compravendita dell'unità immobiliare (il numero di mesi è contato retrospettivamente a partire dalla data di stima)	DAT	n. di mesi	Quantitativa discreta
3	Superficie principale	Superficie principale dell'unità immobiliare	SUI	mq	Quantitativa continua
4	Superficie balconi	Superficie dei balconi annessi alla superficie principale dell'unità immobiliare	SUB	mq	Quantitativa continua
5	Superficie garage	Superficie del garage collegata all'unità immobiliare	SUG	mq	Quantitativa continua
6	Numero di servizi	Numero di servizi igienici ad uso esclusivo dell'unità immobiliare	SER	n.	Quantitativa discreta
7	Livello di piano	Livello di piano in cui è ubicata l'unità immobiliare	LIV	n.	Quantitativa discreta

La Tabella 4 riporta i dati immobiliari delle unità campionate, mentre la Tabella 5 riassume le principali statistiche descrittive. Il prezzo medio di compravendita del campione è pari a €118.333,33, con una superficie principale media di 122,50 mq. Si rileva che due degli immobili del campione risultano privi di garage (Comparabili A ed E). Le transazioni immobiliari del campione analizzato si sono svolte tra aprile 2022 e agosto 2023.

Tabella 4. Dati immobiliari

Prezzi di compravendita e caratteristiche	A	B	C	D	E	F
PRZ (€)	98.000	115.000	140.000	125.000	100.000	132.000
DAT (n. di mesi)	24	12	11	8	12	13
SUI (mq)	112	116	122	130	120	135
SUB (mq)	10	36	19	9	10	12
SUG (mq)	0	18	36	36	0	18
SER (n.)	1	2	1	2	2	1
LIV (n.)	2	2	1	2	3	3

Tabella 5. Statistiche descrittive del campione estimativo.

Statistiche	Minimo	Massimo	Media	Deviazione standard
PRZ (€)	98.000	140.000	118.333,33	17.095,80
DAT (n. di mesi)	8	13	10,67	2,16
SUI (mq)	112	135	122,50	8,62
SUB (mq)	9	36	16	10,45
SUG (mq)	0	36	18	16,09
SER (n.)	1	3	1,50	0,55
LIV (n.)	1	3	2,17	0,75

5.2. Risultati

5.2.1 Applicazione della procedura di selezione della combinazione ottimale dei comparabili

Completate le fasi dell'MCA descritte nella Sezione 4.1, relative alla raccolta dei dati e alla selezione delle caratteristiche, e predisposta la "tabella dei dati" (Tabella 3), si procede con l'individuazione della combinazione ottimale di comparabili per il bene oggetto di analisi. Tale processo si svolge considerando tutte le combinazioni possibili di compravendite comparabili derivanti dal campione estimativo iniziale.

Nell'ambito dello studio, ogni immobile del campione è stato, a turno, trattato come oggetto di stima. Questo accorgimento ha garantito una verifica rigorosa dell'efficacia del procedimento, riducendo al minimo il rischio di risultati casuali legati a un singolo caso. I dati raccolti sono stati successivamente esaminati seguendo rigorosamente il metodo di selezione della combinazione ottimale dei comparabili, come dettagliato nella Sezione 4.2.5. Di seguito, l'esecuzione del metodo viene illustrata passo dopo passo.

FASE 1 – Calcolo dei coefficienti di similarità e di affidabilità:

Il calcolo dei coefficienti di similarità e affidabilità è condotto impiegando rispettivamente le Equazioni (2) e (3). In particolare, l'Equazione (2) si rivela più adatta rispetto alla (1) per determinare il coefficiente di similarità, applicato nel processo di classificazione dei comparabili al fine di escludere quelli meno affini. L'elevazione al quadrato delle differenze accentua l'impatto delle dissimilarità significative tra un comparabile e il *subject*, attribuendo un peso maggiore agli scarti più rilevanti e facilitando l'identificazione e la penalizzazione dei comparabili meno simili.

La Tabella 6 presenta una sintesi dei coefficienti di similarità e affidabilità calcolati per ciascun comparabile del campione estimativo analizzato.

Tabella 6. Coefficienti di similarità e di affidabilità del campione estimativo

Subject	Comparabile	Coefficiente di similarità	Coefficiente di affidabilità
A	B	0,185911229	0,244548752
	C	0,183835069	0,139401256
	D	0,191880597	0,202945952
	E	0,224151098	0,181130117
	F	0,214222007	0,231973923
B	A	0,167219613	0,242175935
	C	0,213965291	0,139308962
	D	0,207897913	0,204258739
	E	0,201940157	0,182301784
	F	0,208977026	0,23195458
C	A	0,158674362	0,226996568
	B	0,210172459	0,223306713
	D	0,234220603	0,202060618
	E	0,181162422	0,180339952
	F	0,215770154	0,167296149
D	A	0,159178379	0,22606817
	B	0,197879424	0,229759849
	C	0,229705679	0,140903973
	E	0,193988432	0,170176408
	F	0,219248086	0,2330916

Segue **Tabella 6**. Coefficienti di similarità e di affidabilità del campione estimativo

Subject	Comparabile	Coefficiente di similarità	Coefficiente di affidabilità
E	A	0,19681496	0,217865281
	B	0,198575407	0,221423007
	C	0,182252317	0,142354994
	D	0,201200044	0,183754374
	F	0,221157271	0,234602345

FASE 2 – Identificazione dei punti ideali:

Attraverso le Equazioni (15) e (16) vengono determinati i punti ideali associati ai criteri di “similarità” e “affidabilità”, rispettivamente:

$$c_{sim}^* = \frac{1}{m-1} = \frac{1}{4} = 0,25 \quad (15)$$

$$c_{aff}^* = \frac{1}{5} = 0,2 \quad (16)$$

Il punto ideale è fissato a 0,25 per il criterio di similarità e a 0,2 per quello di affidabilità.

FASE 3 – Calcolo delle distanze rispetto ai punti ideali:

Il calcolo delle distanze d_{sim}^{sim} e d_{aff}^{aff} avviene considerando la differenza, in valore assoluto, tra i coefficienti di similarità c_{sim}^j e di affidabilità c_{aff}^j rispetto ai rispettivi punti ideali, c_{sim}^* e c_{aff}^* . Queste distanze rappresentano la misura dello scostamento di ciascun coefficiente dal rispettivo punto ideale.

Quando si confrontano misure con intervalli di variazione differenti (nel caso specifico, uno compreso tra 0 e 0,25 e l'altro tra 0 e 0,2), è essenziale procedere alla normalizzazione. La mancata applicazione di questa operazione potrebbe introdurre un *bias*, poiché la misura con un intervallo più ampio rischierebbe di esercitare un'influenza sproporzionata sul risultato complessivo. Per garantire equità nel contributo di ciascuna variabile, è stata adottata la normalizzazione min-max, che scala tutti i valori nell'intervallo [0,1].

La Tabella 7 presenta una sintesi delle distanze calcolate, riportando per ogni comparabile del campione analizzato i valori normalizzati di similarità e affidabilità confrontati con i rispettivi punti ideali. Questa rappresentazione permette di valutare con precisione il grado di scostamento di ciascun comparabile dai valori ottimali definiti nella FASE 2.

Tabella 7. Distanze tra i coefficienti di similarità e affidabilità e i rispettivi punti ideali

Subject	Comparabile	Criteri	
		Similarità: d_{sim}^{sim}	Affidabilità: d_{aff}^{aff}
A	B	0,198502879	0,8
	C	0,25	0,2
	D	0,050438495	0,40433865
	E	0,75	0,19686024
	F	0,503718526	0,680407721
	D	0,75	0,459590747
	E	0,635095869	0,281085642

Segue **Tabella 7**. Distanze tra i coefficienti di similarità e affidabilità e i rispettivi punti ideali

Subject	Comparabile	Criteri	
		Similarità: d^{sim}_j	Affidabilità: d^{aff}_j
B	A	0,25	0,8
	C	0,75	0,2
	D	0,620204524	0,431395817
	E	0,492754112	0,217945829
	F	0,643289282	0,700635207
C	A	0,25	0,8
	B	0,431676496	0,738193826
	D	0,75	0,382315334
	E	0,047672782	0,018487642
	F	0,505772773	0,2
D	A	0,25	0,723813745
	B	0,298738499	0,763859019
	C	0,75	0,2
	E	0,24356848	0,117531059
	F	0,601722757	0,8
E	A	0,124313344	0,618563198
	B	0,169563288	0,657130442
	C	0,25	0,2
	D	0,237026077	0,248786656
	F	0,75	0,80
F	A	0,25	0,767849036
	B	0,238851201	0,8
	C	0,527570549	0,2
	D	0,75	0,459590747
	E	0,635095869	0,281085642

FASE 4 – Applicazione delle funzioni di distanza:

Una volta determinate le distanze d^{sim}_j e d^{aff}_j si applica la funzione di distanza $L_p(\lambda, k)$, definita dall'Equazione (11), al fine di esplorare diversi livelli di compensazione tra i criteri di similarità e affidabilità. Sono stati considerati tre scenari distinti: $p = 1$, $p = 2$ e $p = \infty$. In ciascun caso, i criteri sono trattati in modo equo, senza esprimere preferenze specifiche, attribuendo pesi uniformi.

I valori assunti dalla funzione di distanza nelle tre configurazioni sono riportati nella Tabella 8.

Tabella 8. Valori della funzione di distanza per diversi gradi di compensazione

Subject	Comparabile	Funzioni di distanza L_p		
		per $p = 1$	per $p = 2$	per $p = \infty$
A	B	0,500748561	0,413036813	0,400748561
	C	0,775	0,548292805	0,4
	D	0,772611428	0,560463981	0,474780753
	E	0,52656988	0,420575045	0,40156988
	F	0,407936876	0,295141714	0,248140737
B	A	0,475	0,388104367	0,375
	C	0,525	0,419076365	0,4
	D	0,474199829	0,341890085	0,284302091
	E	0,64465003	0,466075938	0,391027086
	F	0,328037756	0,232842122	0,178355359
C	A	0,475	0,388104367	0,375
	B	0,415064839	0,31286342	0,284161752
	D	0,433842333	0,333179511	0,308842333
	E	0,966919788	0,683793397	0,490756179
	F	0,647113613	0,470175646	0,4
D	A	0,513093127	0,399618208	0,375
	B	0,468701241	0,369976437	0,350630751
	C	0,525	0,419076365	0,4
	E	0,81945023	0,581149739	0,441234471
	F	0,299138622	0,22283669	0,199138622
E	A	0,628561729	0,477577521	0,437843328
	B	0,586653135	0,449217282	0,415218356
	C	0,775	0,548292805	0,4
	D	0,757093633	0,535362189	0,381486961
	F	0,225	0,160078106	0,125
F	A	0,491075482	0,39255384	0,375
	B	0,4805744	0,393493168	0,3805744
	C	0,636214726	0,464539984	0,4
	D	0,395204627	0,297717215	0,270204627
	E	0,541909244	0,403110679	0,359457179

FASE 5 – Ordinamento dei comparabili:

In base ai valori assunti dalla funzione di distanza, i comparabili vengono ordinati attribuendo la posizione migliore a quello con il valore più basso e, al contrario, la peggiore a quello con il valore più alto. La Tabella 9 presenta l'ordinamento dei comparabili per ciascuno dei tre livelli di compensazione analizzati.

Tabella 9. Ordinamento dei comparabili per diversi gradi di compensazione

Subject	Ranking	Comparabili		
		per $p = 1$	per $p = 2$	per $p = \infty$
A	1°	F	F	F
	2°	B	B	C
	3°	E	E	B
	4°	D	C	E
	5°	C	D	D
B	1°	F	F	F
	2°	D	D	D
	3°	A	A	A
	4°	C	C	E
	5°	E	E	C
C	1°	B	B	B
	2°	D	D	D
	3°	A	A	A
	4°	F	F	F
	5°	E	E	E
D	1°	F	F	F
	2°	B	B	B
	3°	A	A	A
	4°	C	C	C
	5°	E	E	E
E	1°	F	F	F
	2°	B	B	D
	3°	A	A	C
	4°	D	D	B
	5°	C	C	A
F	1°	D	D	D
	2°	B	A	E
	3°	A	B	A
	4°	E	E	B
	5°	C	C	C

I principali risultati evidenziati dalla Tabella 9 possono essere riassunti come segue:

- Il comparabile F si distingue come il migliore (prima posizione nel *ranking*) per i *subject* A, B, C, D ed E, indipendentemente dal valore di p . Ciò indica che il comparabile F è generalmente molto simile ai *subject* considerati, anche in presenza di variazioni nei livelli di compensazione;
- Per il *subject* F, il comparabile D occupa costantemente la prima posizione nel *ranking* per ogni valore di p , confermandosi un bene di confronto attendibile;
- Nel caso del *subject* A, il comparabile C scala il *ranking*, passando dalla quinta posizione per $p = 1$, alla quarta per $p = 2$, fino alla seconda posizione per $p = \infty$. Questo comportamento riflette una crescente rilevanza del comparabile C al diminuire del grado di compensazione, suggerendo un *trade-off* significativo tra similarità e affidabilità in corrispondenza di tale comparabile;
- Per il *subject* E, il comparabile B subisce un'inversione di tendenza: dalla seconda posizione per $p = 1$ e $p = 2$, scende alla quarta per $p = \infty$. Tale variazione evidenzia una diminuzione della rilevanza del comparabile B al variare del parametro p ;
- Per la maggior parte dei *subject* analizzati, i comparabili E e C tendono a posizionarsi in fondo alla classifica, soprattutto per $p = 1$ e $p = 2$;
- La stabilità del *ranking* per $p = 1$ e $p = 2$ sottolinea l'efficacia della metodologia adottata. Il modello si dimostra robusto rispetto alle variazioni nel grado di compensazione, mantenendo un equilibrio tra similarità e affidabilità senza privilegiare eccessivamente una delle due misure;
- La classificazione per $p = \infty$ risulta meno adeguata al contesto analizzato, poiché, basandosi su una distanza non compensatoria, trascura l'integrazione tra i criteri di similarità e affidabilità nella valutazione delle alternative.

FASE 6 – Selezione dei comparabili da impiegare nel procedimento di stima:

Dopo aver ordinato i beni comparabili in base alla loro distanza dal punto ideale, si definisce la combinazione ottimale selezionando quelli che occupano le posizioni più alte nella graduatoria, corrispondenti alle distanze minori. Il numero ideale di comparabili da considerare come input varia a seconda delle esigenze specifiche del metodo di stima adottato. Nel contesto dell'applicazione dell'MCA, si ritiene generalmente che tre comparabili siano sufficienti a garantire una stima affidabile del valore di mercato (Tecnoborsa, 2018). Il processo di selezione, volto a individuare le compravendite più simili e affidabili, evidenzia che l'inclusione di un numero eccessivo di dati rispetto al minimo necessario potrebbe introdurre disomogeneità, compromettendo la coerenza del campione e l'accuratezza della valutazione finale.

La Tabella 10 riporta la combinazione ottimale di compravendite comparabili individuate per ciascun *subject* analizzato.

Tabella 10. Combinazione ottimale di compravendite comparabili per ciascun *subject*

Subject	Combinazione ottimale di compravendite comparabili
A	B, E, F
B	A, D, F
C	A, B, D
D	A, B, F
E	A, B, F
F	A, B, D

5.2.2 Applicazione del procedimento estimativo MCA

Una volta individuata la combinazione ottimale di comparabili per ciascun immobile analizzato, si procede con le successive fasi previste dall'MCA per la stima dei valori. Queste fasi comprendono:

- La determinazione dei prezzi marginali delle caratteristiche immobiliari rilevanti.
- La compilazione della «tabella di valutazione», necessaria per calcolare i prezzi corretti e stimare il valore di mercato degli immobili in esame.

Il calcolo dei prezzi marginali delle caratteristiche considerate in questo studio si basa sulla metodologia proposta da Simonotti et al. (2016), che richiede un'accurata raccolta di dati di mercato specifici per il segmento immobiliare analizzato. Una sintesi dei dati raccolti è riportata nella Tabella 11.

Tabella 11. Informazioni mercantili

Indice e informazione	Simbolo	Unità di misura	Importo
Saggio annuo di rivalutazione del prezzo (%)	u	adimensionale	4,18
Rapporto mercantile dei balconi (%)	π_b	adimensionale	30
Rapporto mercantile dei garage (%)	π_g	adimensionale	50
Costo di impianto a nuovo di un servizio	C	€	5.000
Vita economica dei servizi	t	anno	12
Età attuale del servizio	n	anno	35
Saggio del livello di piano (%)	θ	adimensionale	3

Di seguito sono presentate le formule per calcolare il prezzo marginale attribuibile a ciascuna caratteristica immobiliare considerata nella valutazione.

Data del contratto (DAT): Il prezzo marginale della data del contratto ha il compito di aggiornare alla data di stima (aprile 2024) i prezzi dei beni immobili di confronto. Tale prezzo marginale è stimato con il saggio annuo di rivalutazione del prezzo u del particolare segmento di mercato.

Il prezzo marginale della data del contratto p_{DAT} può essere presentato nella forma seguente (Eq. 17):

$$p_{DAT} = -PRZ \cdot \frac{u}{12} \quad (17)$$

dove PRZ è il prezzo di mercato dell'immobile comparabile; u è il saggio annuo di rivalutazione del prezzo. Nell'Equazione 17 viene impiegato il segno meno, poiché la caratteristica analizzata è di natura retrograda, ossia determinata retrospettivamente rispetto alla data di valutazione.

Superficie principale (SUP): Dati il prezzo di mercato dell'immobile e le superfici interne (principale e secondarie), il prezzo marginale della superficie principale p_{sup} è pari a (Eq. 18):

$$p_{SUP} = \bar{p}_{SUP} \cdot \sigma \quad (18)$$

dove $\bar{p}_{sup}$ è il prezzo medio della superficie principale del bene di confronto, espresso in €/mq, e σ è un coefficiente chiamato «rapporto di posizione» (Simonotti, 2019). Tale rapporto si ottiene dalla relazione tra il prezzo marginale e il prezzo medio della superficie principale. In assenza di statistiche dettagliate sul mercato immobiliare, si ricorre frequentemente a particolari espedienti per ovviare alla determinazione diretta del rapporto di posizione. Nel caso specifico, tale calcolo viene eseguito come il rapporto tra il prezzo medio minimo e il prezzo medio massimo dei valori medi determinati per ciascun comparabile.

In assenza di superfici esterne, in accordo con il *Primo Teorema Mercantile* (Simonotti, 2006), il prezzo medio della superficie principale $\bar{p}_{sup}$ può essere stabilito nel modo seguente (Eq. 19):

$$\bar{p}_{sup} = \frac{PRZ}{SUC} \quad (19)$$

dove PRZ è il prezzo di mercato dell'immobile di confronto; SUC è la superficie commerciale, ottenuta sommando le superfici secondarie alla superficie principale e ponderando ciascuna superficie attraverso il relativo rapporto mercantile.

Superficie secondaria (SUP_{SEC}): Dati il prezzo di mercato dell'immobile e le superfici interne (principale e secondarie) e noto il rapporto mercantile, il prezzo marginale della superficie secondaria $p_{SUP_{SEC}}$ è pari a (Eq. 20):

$$p_{SUP_{SEC}} = p_{SUP} \cdot \pi_{SUP_{SEC}} \quad (20)$$

dove p_{SUP} è il prezzo marginale della superficie principale, espresso in €/mq, e $\pi_{SUP_{SEC}}$ è il rapporto mercantile della superficie secondaria considerata.

Servizi (SER): Il prezzo marginale dei servizi, espresso in €/n., viene determinato in relazione al costo d'impianto deprezzato (generalmente secondo un metodo di ammortamento lineare), tenendo conto della durata utile e del grado di vetustà. Il prezzo marginale dei servizi, indicato come p_{SER} , è pari a (Eq. 21):

$$p_{SER} = C \cdot \left(1 - \frac{t}{n}\right) \quad (21)$$

dove C è il costo medio di impianto a nuovo di un servizio, espresso in €; t è l'età attuale, espressa in anni; e n è la vita economica, espressa in anni.

Livello di piano (LIV): Il prezzo marginale del livello di piano è stimato con il saggio di variazione dei prezzi del particolare segmento di mercato immobiliare. Il prezzo marginale del livello di piano p_{LIV} espresso in €/n., può essere calcolato nel modo seguente (Eqs. 22 e 23):

- se l'immobile da valutare si trova a un piano superiore a quello dell'immobile di confronto ($LIV_S > LIV_C$):

$$p_{LIV} = PRZ \cdot \theta \quad (22)$$

- se l'immobile da valutare si trova a un piano inferiore a quello dell'immobile di confronto ($LIV_S < LIV_C$):

$$p_{LIV} = PRZ \cdot \left(\frac{\theta}{1 + n \cdot \theta}\right) \quad (23)$$

dove PRZ è il prezzo di mercato dell'immobile di confronto; θ è il saggio del livello di piano; n è il numero di piani di differenza tra l'immobile da valutare e l'immobile di confronto.

Una volta completata la stima dei prezzi marginali delle caratteristiche immobiliari analizzate, si passa alla predisposizione della «tabella di valutazione», calcolando gli aggiustamenti relativi a ciascuna caratteristica. L'aggiustamento relativo al j -esimo comparabile (con $j = 1, 2, \dots, m$) e alla i -esima caratteristica (dove $i = 1, 2, \dots, n$) si ottiene moltiplicando il prezzo marginale p_i per la differenza tra la caratteristica dell'immobile oggetto di valutazione x_{iS} e quella della dell'immobile di confronto x_{iJ} . In termini generali, l'aggiustamento può essere formalizzato come segue (Eq. 24):

$$aggiustamento_{iJ} = p_i \cdot (x_{iS} - x_{iJ}) \quad (24)$$

Il prezzo corretto $PRZ_{CORRETTO_j}$ del j -esimo comparabile si ottiene aggiungendo al suo prezzo di mercato PRZ_j gli aggiustamenti corrispondenti alle n caratteristiche immobiliari esaminate, come segue (Eq. 25):

$$PRZ_{CORRETTO_j} = PRZ_j + \sum_{i=1}^n p_i \cdot (x_{iS} - x_{ij}). \quad (25)$$

Il generico prezzo corretto $PRZ_{CORRETTO_j}$ è espresso in €.

Per garantire chiarezza e concisione, questa sezione tralascia l'esposizione completa dei calcoli relativi all'applicazione dell'MCA, privilegiando invece la presentazione dei risultati più rilevanti. I dettagli tecnici, non indispensabili per una comprensione globale o per le conclusioni dell'analisi, sono comunque disponibili su richiesta.

La Tabella 12 illustra gli esiti principali ottenuti dall'applicazione della combinazione ottimale dei comparabili per ciascun *subject* analizzato, includendo i prezzi corretti, le relative divergenze percentuali e il valore di mercato stimato.

Tabella 12. Prezzi corretti, divergenze e valore di mercato per ciascun *subject*

Subject	Comparabili	Prezzi corretti (€)	Divergenze	Valore stimato (€)
A	B	99.054,93	19,96	98.554,82
	E	89.382,54		
	F	107.226,98		
B	A	123.236,26	9,85	122.132,08
	D	115.871,20		
	F	127.288,79		
C	A	126.038,54	10,26	119.765,43
	B	118.943,43		
	D	114.314,31		
D	A	135.957,45	6,97	135.553,74
	B	130.791,20		
	F	139.912,56		
E	A	117.879,29	7,65	117.622,32
	B	113.166,22		
	F	121.821,44		
F	A	131.435,86	6,12	127.355,37
	B	126.772,96		
	D	123.857,29		

L'adozione di una combinazione differente di beni comparabili nel contesto del metodo di valutazione MCA può portare a una stima sensibilmente divergente rispetto a quella ottenuta mediante la terna ottimale. Tale variazione deriva dalla marcata sensibilità del metodo alla selezione dei beni di confronto, che influenzano in modo determinante la determinazione del valore di mercato. Tuttavia, una scelta rigorosa e accurata dei comparabili consente di migliorare significativamente la precisione della stima. Questo approccio, in piena conformità ai principi fondanti dell'analisi comparativa, garantisce la massima coerenza e affidabilità dei dati impiegati, conducendo a una valutazione più aderente al valore reale di mercato, riducendo al minimo eventuali distorsioni.

6. Discussione

Dopo aver stimato il valore di mercato di ciascun *subject* utilizzando la combinazione ottimale di comparabili, il modello MCA è stato nuovamente applicato sia al campione estimativo iniziale sia a tutte le possibili terne di comparabili ricavabili dal campione di partenza. Questo processo è stato condotto per valutare l'accuratezza dei risultati prodotti dal modello. L'analisi si è focalizzata su due principali output: (i) le divergenze percentuali tra i prezzi osservati e i valori stimati per ciascun *subject*, e (ii) le divergenze percentuali tra i prezzi corretti. Il secondo output riveste particolare importanza poiché la metodologia MCA considera la dispersione dei prezzi corretti un indicatore della qualità del risultato. Una variabilità elevata nei prezzi corretti riflette una qualità inferiore in termini di similarità e affidabilità dei beni di confronto impiegati, evidenziando possibili criticità nella coerenza e nell'idoneità del dataset.

La Tabella 13 presenta un riepilogo dei risultati derivanti da questa analisi.

Tabella 13. Risultati dell'analisi

Subject	Prezzo osservato (€)	Comparabili	Divergenza percentuale tra i prezzi corretti (%)	Valore stimato (€)	Divergenza percentuale tra prezzo osservato e valore stimato (%)
A	98,000.00	B, E, F*	19,96	98.554,82	0,57
		B, C, D	26,79	106.285,06	8,45
		B, C, E	37,48	103.773,69	5,89
		B, C, F	24,06	109.721,84	11,96
		B, D, E	10,82	95.118,04	2,94
		B, D, F	10,64	101.066,18	3,13
		C, D, E	37,48	103.060,93	5,16
		C, D, F	26,79	109.009,07	11,23
		C, E, F	37,48	106.497,71	8,67
		D, E, F	19,96	97.842,05	0,16
		B, C, D, E, F	37,85	103.452,92	5,56
B	115,000.00	A, D, F*	9,85	122.132,08	6,20
		A, C, D	24,37	127.738,01	11,08
		A, C, E	33,34	125.139,31	8,82
		A, C, F	16,94	131.543,87	14,39
		A, D, E	14,03	115.727,52	0,63
		A, E, F	17,18	119.533,38	3,94
		C, D, E	33,34	122.684,29	6,68
		C, D, F	24,37	129.088,85	12,25
		C, E, F	33,34	126.490,15	9,99
		D, E, F	17,78	117.078,36	1,81
		A, C, D, E, F	33,68	123.746,31	7,61
C	140,000.00	A, B, D*	10,26	119.765,43	14,45
		A, D, F	14,99	118.196,47	15,57
		A, B, E	6,28	123.797,80	11,57
		A, B, F	14,99	116.653,43	16,68
		A, D, E	10,58	122.254,76	12,68
		A, E, F	15,33	120.685,80	13,80
		B, D, E	8,52	114.288,40	18,37

*Combinazione ottimale di comparabili.

Segue **Tabella 13**. Risultati dell'analisi

Subject	Prezzo osservato (€)	Comparabili	Divergenza percentuale tra i prezzi corretti (%)	Valore stimato (€)	Divergenza percentuale tra prezzo osservato e valore stimato (%)
C	140,000.00	B, D, F	10,58	119.889,72	14,36
		B, E, F	15,33	118.320,76	15,49
		D, E, F	15,33	116.777,73	16,59
		A, B, D, E, F	16,61	118.499,95	15,36
D	125,000.00	A, B, F*	6,97	135.553,74	8,44
		A, B, C	20,62	141.502,03	13,20
		A, B, E	13,25	128.931,71	3,15
		A, C, E	31,41	137.920,45	10,34
		A, C, F	16,03	144.542,48	15,63
		A, E, F	16,55	131.972,16	5,58
		B, C, E	31,41	136.198,37	8,96
		B, C, F	20,62	142.820,40	14,26
		B, E, F	16,55	130.250,08	4,20
		C, E, F	31,41	139.238,82	11,39
		A, B, C, E, F	32,25	136.275,80	9,02
		A, B, F*	7,65	117.622,32	17,62
		A, B, C	22,13	123.083,95	23,08
E	100,000.00	A, B, D	6,37	113.955,15	13,96
		A, C, D	24,71	122.301,85	22,30
		A, C, F	17,24	125.969,02	25,97
		A, D, F	9,93	116.840,22	16,84
		B, C, D	24,71	120.730,83	20,73
		B, C, F	22,13	124.398,00	24,40
		B, D, F	9,93	115.269,20	15,27
		C, D, F	24,71	123.615,90	23,62
		A, B, C, D, F	24,55	120.723,46	20,72
		A, B, D*	6,12	127.355,37	3,52
F	132,000.00	A, B, C	21,62	137.461,53	4,14
		A, B, E	13,60	124.635,84	5,58
		A, C, D	24,48	136.489,64	3,40
		A, C, E	33,26	133.770,11	1,34
		A, D, E	13,60	123.663,95	6,32
		B, C, D	24,48	134.935,34	2,22
		B, C, E	33,26	132.215,81	0,16
		B, D, E	9,57	122.109,65	7,49
		C, D, E	33,26	131.243,91	0,57
		A, B, C, D, E	34,13	129.909,90	1,58

* Combinazione ottimale di comparabili.

La tabella soprastante rivela che, in un caso su sei (*subject A*), la combinazione ottimale di comparabili conduce a una divergenza tra i valori stimati e i prezzi osservati inferiore al 90,00% dei risultati ottenuti con altri insiemi di comparabili. In tre dei sei casi analizzati (*subject B, D ed E*), la combinazione ottimale raggiunge una divergenza di prezzo inferiore rispetto al 70,00% dei risultati derivanti dagli insiemi alternativi di comparabili. In un ulteriore caso (*subject C*), la combinazione ottimale offre una divergenza dei prezzi migliore del 60,00% dei risultati degli insiemi alternativi, mentre, per l'immobile F, la divergenza risulta migliore del 40,00% rispetto ai risultati ottenuti impiegando le altre combinazioni di comparabili.

Relativamente alla divergenza percentuale tra i prezzi corretti, si osserva che, in tre casi su sei (*subject B, D e F*), la combinazione ottimale di comparabili determina la più bassa divergenza tra tutti gli insiemi analizzati. Nei rimanenti casi, la divergenza calcolata per l'insieme ottimale risulta comunque migliore rispetto al 70,00% - 90,00% dei risultati conseguiti impiegando gli altri campioni di comparabili.

Tabella 14. Sintesi dei risultati della divergenza percentuale tra i prezzi stimati e osservati e della divergenza percentuale tra i prezzi corretti nei diversi campioni di comparabili

Indice	Terna ottimale di comparabili		Campione iniziale di comparabili		Altre terne di comparabili	
	(1)	(2)	(1)	(2)	(1)	(2)
Minimo (%)	0.57	6.12	1.58	16.61	0.16	6.28
Massimo (%)	17.62	19.96	20.72	37.85	25.97	37.85
Media (%)	8.47	10.14	9.98	29.85	10.40	21.14

(1) divergenza percentuale tra valori stimati e prezzi osservati.

(2) divergenza percentuale tra i prezzi corretti.

I principali risultati illustrati nella Tabella 13 sono riassunti nella Tabella 14, che presenta i valori minimo, massimo e medio della divergenza percentuale tra i valori stimati e i prezzi osservati, nonché quelli relativi ai prezzi corretti. Tali dati sono organizzati in tre categorie distinte: la "terna ottimale di comparabili," il "campione iniziale di comparabili," e le "altre terne di comparabili". Nell'applicazione della terna ottimale di comparabili, la divergenza percentuale fra i prezzi rilevati e i valori stimati dal modello oscilla dallo 0,57% al 17,62%, con una media che si attesta sull'8,47%. Per quanto concerne i prezzi corretti, tale scarto varia tra il 6,12% e il 19,96%, con una media del 10,14%. Utilizzando il campione iniziale di comparabili, la divergenza percentuale tra prezzi osservati e stime del modello si estende dall'1,58% al 20,72%, con una media del 9,98%; per i prezzi corretti, invece, si riscontra una divergenza compresa tra il 16,61% e il 37,85%, con una media pari al 29,85%. Infine, adottando ulteriori terne di comparabili, la divergenza percentuale fra prezzi osservati e stime del modello varia dallo 0,16% al 25,97%, con una media del 10,40%; per i prezzi corretti, lo scarto si situa fra il 6,28% e il 37,85%, con una media di 21,14%.

È degno di nota osservare, come evidenziato nei risultati riportati nella Tabella 13, che talune combinazioni di comparabili generano valori di mercato più vicini ai prezzi di compravendita osservati rispetto a quelli derivanti dall'insieme cosiddetto ottimale. Inoltre, alcune di queste combinazioni presentano una divergenza percentuale tra i prezzi corretti inferiore a quella associata alla terna ottimale, giungendo persino a valori di stima prossimi ai prezzi di mercato rilevati. È altresì riscontrabile che valori di stima molto simili possono essere ottenuti da combinazioni di comparabili con livelli di divergenza percentuale nei prezzi corretti tanto elevati quanto modesti.

Alla luce di queste considerazioni, risulta fondamentale sottolineare che l'obiettivo principale della metodologia proposta è individuare beni comparabili che garantiscano il massimo livello di affidabilità e similarità, elementi essenziali per assicurare la solidità del processo valutativo. Una marcata divergenza tra i prezzi corretti evidenzia una significativa variabilità nel campione di dati, indicando una possibile inaffidabilità che può aumentare il rischio di imprecisioni nella stima. Ad esempio, nel caso in cui i prezzi corretti derivanti dall'applicazione dell'MCA siano utilizzati come

input in ulteriori procedure valutative, quali il Sistema Generale di Stima, per ponderare l'influenza delle caratteristiche qualitative, un uso privo di un'adeguata attenzione ai criteri di similarità e affidabilità potrebbe compromettere l'accuratezza della valutazione. Inoltre, per il valutatore, è impossibile prevedere con assoluta certezza quale combinazione di comparabili condurrà a una stima del valore di mercato più vicina a quello reale. Anche applicando l'MCA a tutte le combinazioni derivabili da un campione iniziale ampio, i valori stimati tenderanno inevitabilmente a mostrare una certa eterogeneità. In tali circostanze, individuare il valore di stima più attendibile diviene una sfida complessa, poiché il valore di mercato effettivo rimane sconosciuto al momento della valutazione.

La metodologia di selezione proposta costituisce un punto di riferimento prezioso per i valutatori, offrendo un approccio sistematico basato su criteri di confronto essenziali e agevolando l'individuazione della combinazione di comparabili più idonea. Questo processo riduce sensibilmente l'affidamento a tentativi empirici o giudizi soggettivi. La combinazione identificata, denominata «terna ottimale», consente di determinare un valore di mercato solido e coerente, in quanto aderente ai principi di similarità e affidabilità che caratterizzano il metodo comparativo. Sebbene combinazioni alternative di comparabili possano talvolta generare stime prossime a quelle ottenute con la terna ottimale, esse non possono essere considerate altrettanto attendibili, poiché prive dei requisiti necessari per garantire la qualità dei dati di compravendita e, di conseguenza, più vulnerabili a margini di errore.

7. Conclusioni

Il presente studio si propone di approfondire una metodologia concepita per agevolare i valutatori nell'individuazione della combinazione ottimale di beni comparabili da utilizzare nel procedimento estimativo *Market Comparison Approach* (MCA). Attualmente, l'MCA è privo di un protocollo strutturato per la selezione dei comparabili, una lacuna che rappresenta un limite significativo, data l'importanza cruciale di tale scelta nel processo valutativo. Questa carenza spesso conduce a selezioni arbitrarie delle transazioni di confronto, introducendo elementi di distorsione e soggettività nella fase di aggiustamento dei prezzi di mercato rilevati. La ricerca mira, pertanto, a colmare questa rilevante lacuna nelle pratiche valutative immobiliari, proponendo un modello che promuova maggiore trasparenza e una selezione sistematica dei beni di confronto, riducendo il rischio di stime imprecise o influenzate da fattori soggettivi.

Facendo leva sui principi fondamentali che governano il confronto — la similarità tra l'immobile da valutare e quelli di confronto e l'affidabilità dei prezzi rilevati — è ragionevole supporre che una selezione accurata di compravendite comparabili, caratterizzate dai massimi livelli di similarità e affidabilità, conduca a un valore di stima equo e rappresentativo. Quanto più i beni di confronto rispecchiano le caratteristiche dell'immobile in esame e quanto più i dati di mercato utilizzati risultano affidabili, tanto maggiore sarà la coerenza del valore stimato con le effettive dinamiche del mercato di riferimento. L'adozione di metriche razionali per quantificare la similarità e l'affidabilità di ciascun comparabile permette di applicare criteri oggettivi e rigorosi nella selezione dei beni di confronto all'interno dell'analisi estimativa. Questo processo può avvalersi del metodo del «punto ideale», che classifica i comparabili in base alla loro distanza dai valori ideali di similarità e affidabilità, intesi come i massimi teoricamente raggiungibili. Attraverso tale classificazione, è possibile individuare la «combinazione ottimale di compravendite comparabili», la cui dimensione è determinata dalle esigenze specifiche del modello adottato.

La procedura di selezione sistematica dei beni di confronto è stata applicata a un campione di comparabili individuati nel segmento di mercato del quartiere Quattromiglia di Rende. I risultati dimostrano che il modello MCA raggiunge la massima efficacia quando le compravendite vengono scelte con attenzione, come evidenziato dalla ridotta divergenza tra i prezzi corretti e i margini di errore nelle previsioni di vendita. Al contrario, l'aumento della numerosità del dataset o l'inclusione di compravendite meno simili e affidabili comporta una diminuzione della precisione del modello. Tra le varie combinazioni di comparabili possibili, potrebbe esistere una selezione in grado di offrire risultati migliori sia in termini di divergenza dei prezzi corretti sia nella riduzione degli errori di previsione rispetto a quelli ottenibili con la terna ottimale. Tuttavia, il valutatore non dispone degli

strumenti per individuare con certezza tale configurazione. Anche disponendo di risorse sufficienti, sia temporali che economiche, per applicare il metodo MCA a tutte le combinazioni possibili, l'individuazione del set ottimale di comparabili rimarrebbe complessa, poiché il reale valore di mercato è sconosciuto al momento della valutazione. La forza della selezione ottimale risiede proprio nell'utilizzo di criteri rigorosi per scegliere i comparabili in assenza di un parametro di riferimento certo. Questo approccio conferisce maggiore solidità e fiducia all'intera valutazione, accrescendo la robustezza e la sicurezza della stima finale.

La procedura proposta presenta significative implicazioni pratiche, rivelandosi uno strumento efficace per risolvere specifici conflitti nel complesso ambito della valutazione immobiliare. È frequente, infatti, che due periti giungano a stime discordanti per il medesimo immobile; tale divergenza, nella maggior parte dei casi, è attribuibile alle differenze nei campioni estimativi adottati. Si pone dunque la questione di quale tra i valori stimati rappresenti con maggiore accuratezza il mercato di riferimento. Per affrontare questa problematica, si può generare un nuovo campione di dati che integri quelli inizialmente utilizzati da entrambi i valutatori, applicando successivamente il procedimento di selezione dei beni di confronto al fine di ottenere una stima aggiornata. Questo nuovo valore, oltre a essere confrontabile con le stime precedenti, si distingue per una maggiore affidabilità, essendo basato su transazioni comparabili selezionate secondo criteri rigorosi anziché scelte casuali. Tale approccio offre vantaggi cruciali non solo per i professionisti del settore, ma anche per istituti bancari, società di gestione di fondi immobiliari e agenzie governative impegnate nella determinazione del valore degli immobili. Questi enti, infatti, necessitano di valutazioni precise e metodologicamente solide per evitare errori di sopravvalutazione o sottovalutazione dei beni, assicurando al contempo una corretta valutazione fiscale del patrimonio immobiliare e facilitando la verifica dei valori di mercato.

I risultati di questa ricerca dimostrano che la procedura proposta costituisce un'importante innovazione nel metodo di valutazione MCA. Un potenziale sviluppo per studi futuri potrebbe riguardare l'applicazione della procedura di selezione della combinazione ottimale di comparabili a diversi contesti di mercato e a ulteriori tipologie immobiliari, per verificarne l'efficacia e l'adattabilità. Inoltre, l'approfondimento di metodi alternativi per l'analisi della similarità e dell'affidabilità dei beni di confronto potrebbe offrire nuove prospettive di ricerca. Particolarmente utile sarebbe l'elaborazione di una misura di similarità capace di andare oltre il semplice confronto delle caratteristiche immobiliari in termini di ammontari, includendo una valutazione del loro valore unitario e riconoscendo il contributo distintivo di ciascun elemento nella determinazione del prezzo finale.

Contributo degli autori

Il lavoro va attribuito in parti uguali agli Autori.

Bibliografia

- ABI (2018). Linee guida per la valutazione degli immobili in garanzia delle esposizioni creditizie, available at: www.abi.it (accessed April 2024).
- Abidoye R.B., Huang W., Amidu, A.R. & Javad A.A. (2021). An updated survey of factors influencing property valuation accuracy in Australia. *Property Management*, 39(3), 343-361.
- Agenzia delle Entrate (2011). *Manuale Operativo delle Stime Immobiliari (MOSI)*, FrancoAngeli, Milano.
- Ajibola M.O. (2010). Valuation inaccuracy: An examination of causes in Lagos Metropolis. *Journal of Sustainable Development*, 3(4), 187.
- Appraisal Institute (1996). *The appraisal of real estate*.
- Babawale G.K. (2013). Designing appropriate valuation model for sustainable property tax system in developing countries. *International Journal of Law and Management*, 55(3), 226-246.
- Bellman L. (2022). *In the mind of the property appraiser: Studies of commercial property valuation* (Doctoral dissertation, Mid Sweden University).
- Benvenuti A., Salvo F. & Tavano D. (2023). The Mortgage Lending Value (MLV): proposal for a new calculation procedure. *Aestimum*, 83, 21-31.

- Chen Z., Hu Y., Zhang C.J. & Liu Y. (2017). An optimal rubrics-based approach to real estate appraisal. *Sustainability*, 9(6), 909.
- Ciuna M., De Ruggiero M., Manganelli B., Salvo F. & Simonotti M. (2017). Automated valuation methods in atypical real estate markets using the mono-parametric approach. In *Computational Science and Its Applications-ICCSA 2017: 17th International Conference, Trieste, Italy, July 3-6, 2017, Proceedings, Part III 17* (pp. 200-209). Springer International Publishing.
- Colwell P.F., Cannaday R.E. & Wu C. (1983). The analytical foundations of adjustment grid methods. *Real Estate Economics*, 1(1), 11-29.
- Coombs C.H. (1950). Psychological scaling without a unit of measurement. *Psychological Review*, 57(3), 145-158.
- Crosby N. (2000). Valuation accuracy, variation and bias in the context of standards and expectations. *Journal of Property Investment & Finance*, 18(2), 130-161.
- Del Giudice V., Manganelli B. & De Paola P. (2017). Hedonic analysis of housing sales prices with semiparametric methods. *International Journal of Agricultural and Environmental Information Systems (IJAEIS)*, 8(2), 65-77.
- Del Giudice V., Salvo F. & De Paola P. (2018). Resampling techniques for real estate appraisals: Testing the bootstrap approach. *Sustainability*, 10(9), 3085.
- De Paola P. (2024). Real Estate Valuations with Small Dataset: A Novel Method Based on the Maximum Entropy Principle and Lagrange Multipliers. *Real Estate*, 1(1), 26-40.
- De Paola P., Previtera S., Manganelli B., Forte F. & Del Giudice F.P. (2023). Interpreting Housing Prices with a Multidisciplinary Approach Based on Nature-Inspired Algorithms and Quantum Computing. *Buildings*, 13(7), 1603.
- De Ruggiero M., Manganelli B., Marchianò S., Salvo F. & Tavano D. (2020). Comparative and evaluative economic analysis of ground mounted photovoltaic plants. *Values and Functions for Future Cities*, 181-199.
- De Ruggiero M. & Salvo F. (2011). Misure di similarità negli adjustment grid methods. *Aestimum*, 47-58.
- De Ruggiero M., Salvo F., Tavano D. & Zinno R. (2022). When Green Turns into Value. In *Urban Regeneration Through Valuation Systems for Innovation* (pp. 279-289). Cham: Springer International Publishing.
- French N. (2023). Pricing to market—an investigation into the use of comparable evidence in property valuation. *Journal of property investment & finance*, 41(3), 300-318.
- Gabrielli L. & French N. (2021). Pricing to market: property valuation methods—a practical review. *Journal of property investment & finance*, 39(5), 464-480.
- Gau G.W., Lai T.Y., & Wang K. (1992). Optimal comparable selection and weighting in real property valuation: An extension. *Real Estate Economics*, 20(1), 107-123.
- Gau G.W., Lai T.Y. & Wang K. (1994). A further discussion of optimal comparable selection and weighting, and a response to green. *Real Estate Economics*, 22(4), 655-663.
- Gnat S. (2021). Property mass valuation on small markets. *Land*, 10(4), 388.
- Guijarro F. (2021). A mean-variance optimization approach for residential real estate valuation. *Real Estate Management and Valuation*, 29(3), 13-28.
- Harris L.C. (2002). Measuring market orientation: exploring a market-oriented approach. *Journal of market-focused management*, 5, 239-270.
- Immobiliare.it. Available online: <https://www.immobiliare.it> (accessed on 22 April 2024).
- Isakson H.. (1986). The nearest neighbors appraisal technique: An alternative to the adjustment grid methods. *Real Estate Economics*, 14(2), 274-286.
- Isakson H.R. (1988). Valuation analysis of commercial real estate using the nearest neighbors appraisal technique. *Growth and Change*, 19(2), 11-24.
- Isakson H. (2002). The linear algebra of the sales comparison approach. *Journal of real estate research*, 24(2), 117-128.
- IVSC (2024). *The International Valuations Standards*. London, UK, International Valuation Standards Council.
- Kim Y., Choi S. & Yi M.Y. (2020). Applying comparable sales method to the automated estimation of real estate prices. *Sustainability*, 12(14), 5679.

- Kummerow M. (2003). Theory for real estate valuation: An alternative way to teach real estate price estimation methods. In *Conference Proceedings of the 9th Annual Pacific-Rim Real Estate Society Conference*. Editor: Pacific Rim Real Estate Society (PRRES). Brisbane, Australia (Vol. 19, pp. 2003-22).
- Lentz G. & Wang K. (1998). Residential appraisal and the lending process: A survey of issues. *Journal of Real Estate Research*, 15(1), 11-39.
- Manaster M.S. (1991). Sales comparison approach: A comparative analysis of three appraisal reports on the same property. *The Real Estate Appraiser*, 5, 12-26.
- McCluskey W.J. & Borst R.A. (1997). An evaluation of MRA, comparable sales analysis, and ANNs. *Assessment Journal*, 4(1).
- McCluskey W., Deddis W., Mannis A., McBurney D. & Borst R. (1997). Interactive application of computer assisted mass appraisal and geographic information systems. *Journal of Property Valuation and Investment*, 15(5), 448-465.
- Mohammad N.E., Ali H.M. & Jasimin T.H. (2018). Valuer's behavioural uncertainties in property valuation decision making. *Planning Malaysia*, 16.
- Mora-Garcia R.T., Cespedes-Lopez M.F. & Perez-Sanchez V.R. (2022). Housing price prediction using machine learning algorithms in COVID-19 times. *Land*, 11(11), 2100.
- Morano P., Salvo F., De Ruggiero M., Tajani F. & Tavano D. (2024). Oligopsony Hypothesis in the Real Estate Market. Supply Fragmentation and Demand Reduction in the Economic Crisis. In *Science of Valuations: Natural Structures, Technological Infrastructures, Cultural Superstructures* (pp. 265-274). Cham: Springer Nature Switzerland.
- OIV (2015). *Principi italiani di valutazione*. Egea, Milano.
- Pace K. (1998). Total grid estimation. *Journal of Real Estate Research*, 15(1), 101-114.
- Pagourtzi E., Assimakopoulos V., Hatzichristos T. & French N. (2003). Real estate appraisal: a review of valuation methods. *Journal of property investment & finance*, 21(4), 383-401.
- Renigier-Biłozor M., Żróbek S., Walacik M., Borst R., Grover R. & d'Amato, M. (2022). International acceptance of automated modern tools use must-have for sustainable real estate market development. *Land Use Policy*, 113, 105876.
- Romano D. (2002). Le problematiche valutative delle risorse naturali e ambientali. *La valutazione degli investimenti sul territorio*, 39.
- Salvo F., Dell'Ovo M., Tavano D. & Sdino L. (2021a). Valuation approaches to assess the cultural heritage. In *New Metropolitan Perspectives: Knowledge Dynamics and Innovation-driven Policies Towards Urban and Regional Transition Volume 2* (pp. 1746-1754). Springer International Publishing.
- Salvo F., De Ruggiero M. & Tavano D. (2021b). Compensation Valuation Due to Hydraulic Constraints. In *Computational Science and Its Applications-ICCSA 2021: 21st International Conference, Cagliari, Italy, September 13-16, 2021, Proceedings, Part VIII 21* (pp. 279-288). Springer International Publishing.
- Salvo F., De Ruggiero M. & Tavano D. (2022a). Social Variables and Real Estate Values: The Case Study of the City of Cosenza. In *Values, Cities and Migrations: Real Estate Market and Social System in a Multicultural City* (pp. 173-186). Cham: Springer International Publishing.
- Salvo F., De Ruggiero M. & Tavano D. (2022b). Smart Redevelopment of Existing Buildings. Use of BIM in Economic Value Judgments. In *Urban Regeneration Through Valuation Systems for Innovation* (pp. 291-301). Cham: Springer International Publishing.
- Salvo F., De Ruggiero M., Tavano D., De Paola P. & Del Giudice F.P. (2022c). Analytical implications of mortgage lending value and bottom value. *Buildings*, 12(6), 799.
- Salvo F., Romita T., De Ruggiero M. & Tavano D. (2020). Residential tourism and real estate appraisal. *Valori e Valutazioni*, (25).
- Salvo F., Tavano D. & De Ruggiero M. (2021c). Hedonic price of the built-up area appraisal in the market comparison approach. In *New Metropolitan Perspectives: Knowledge Dynamics and Innovation-driven Policies Towards Urban and Regional Transition Volume 2* (pp. 696-704). Springer International Publishing.
- Shepard R.N., Kilpatrick D.W. & Cunningham J.P. (1975). The internal representation of numbers. *Cognitive psychology*, 7(1), 82-138.
- Shih-MingYou & Chang C.O. (2009). Weight regression model from the sales comparison approach. *Property Management*, 27(5), 302-318.

- Simonotti,M. (1985). La comparazione e il sistema generale di stima. *Rivista di economia agraria*, 4, 542-560.
- Simonotti,M. (1987). Esposizione diagrammatica del sistema generale di stima. *Rivista di economia agraria*, (1).
- Simonotti,M. (2006). *Metodi di stima immobiliare. Applicazione degli standard internazionali*. Dario Flaccovio.
- Simonotti,M. (2019). *Valutazione immobiliare standard: nuovi metodi*. Stimatrix.
- Simonotti M., Salvo F., Ciuna M. & De Ruggiero M. (2016). Measurements of rationality for a scientific approach to the market-oriented methods. *Journal of Real Estate Literature*, 24(2), 403-427.
- Tajani F., Morano P., Salvo F. & De Ruggiero M. (2020). Property valuation: the market approach optimised by a weighted appraisal model. *Journal of Property Investment & Finance*, 38(5), 399-418.
- Tecnoborsa (2018). *Codice delle Valutazioni Immobiliari* - Italian Property Valuation Standard 2018. Rome, Italy.
- Thanos S. & Dubé J. (2022). "Measure not by the scale of perfection": fixed effects versus peers in hedonic valuation of spatial amenities. *Available at SSRN 4600289*.
- Vandell K.D. (1991). Optimal comparable selection and weighting in real property valuation. *Real Estate Economics*, 19(2), 213-239.
- Voogd J.H. (1982). Multicriteria evaluation for urban and regional planning.
- Williams T.P. (2004). Base Adjusting in the Sales Comparison Approach. *Appraisal Journal*, 72(2).
- Wiltshaw D.G. (1995). A comment on methodology and valuation. *Journal of Property Research*, 12(2), 157-161.
- Yu P.L. (1973). A class of solutions for group decision problems. *Management science*, 19(8), 936-946.
- Zeleny M. (1973). Compromise programming. *Multiple criteria decision making*.
- Zeleny M. (1982). *Multiple Criteria Decision Making*, McGraw-Hill, Company.