

Public-private partnerships for urban regeneration: the role of sponsorship

Luigi Dolores¹, Maria Macchiaroli^{1,*}, Gianluigi De Mare²

¹ Department of Civil Engineering (DICIV), University of Salerno, Via Giovanni Paolo II 132, 84084 Fisciano (SA), Italy; ldolores@unisa.it; mmacchiaroli@unisa.it

² Department of Industrial Engineering (DIIN), University of Salerno, Via Giovanni Paolo II 132, 84084 Fisciano (SA), Italy; gdemare@unisa.it

* corresponding author

Keywords

Cultural PPPs, cultural sponsorship investments, urban regeneration, cultural heritage enhancement, Economic Feasibility Analysis

Abstract

Public-private partnerships (PPPs) play a crucial role in the growing search for operational solutions for the enhancement and sustainable management of cultural heritage. In particular, cultural sponsorship is an important lever for projects, capable of combining public objectives and private interests within a shared framework of responsibility and visibility. Recent regulatory changes introduced by the new Italian Public Contracts Code (Legislative Decree 36/2023, Art. 134) have confirmed and strengthened this tool. This is the context for the present contribution, which aims to investigate the financial impact of sponsorship for the restoration of architectural and monumental heritage through the application of an original dynamic model (Dolores et al., 2020), reformulated here for large sponsors, with consideration for urban regeneration objectives, and innovated to make it more flexible, while preserving its rigorous mathematical consistency. The proposed model estimates the optimal annual budget that a company should allocate to sponsorship in architectural and monumental restoration projects to maximize the sum of discounted future profits. This information is strategic for sponsees, public administrations, which can thus assess the economic sustainability of partnerships, and for the community, which benefits from more transparent interventions oriented towards the common good. The methodological approach integrates estimation models and dynamic analysis tools with the aim of estimating the trend of optimal investments over time using predictive curves. The results of the study, applied to a well-known Italian company operating in the luxury sector and already involved in several cultural sponsorship initiatives in Rome between 2015 and 2024, show how it is able to offer a coherent representation of the company's strategic cultural investment choices, identifying thresholds of convenience and optimal paths for resource allocation.

1. Introduction

Urban regeneration is a key component of sustainable city development. In this scenario, public-private partnerships (PPPs) emerge in the literature as effective tools to increase city sustainability and foster urban resilience through the sharing of resources, skills and responsibilities between the public sector and private actors (Cambra-Fierro et al., 2025; Torrieri

et al., 2025, Grimaldi et al., 2022). In recent years, PPPs find multiple applications for financing and implementing interventions in different sectors of public interest, from major transport and logistics works to the service sector, including schools, hospitals, museums and other cultural spaces (Jelinčić et al., 2017; Gerundo et al., 2022). In PPPs, the private party invests resources, assumes part of the risks, and receives remuneration, making the partnership also particularly suitable for the implementation, management, or enhancement of infrastructure and services in the cultural sector (Žuvela et al., 2023).

This study focuses on the objectives of urban regeneration with particular attention to the cultural sphere, analyzing the role of PPPs as a strategic lever for the conservation, management and enhancement of heritage, between public objectives and models of sustainable collaboration with the private sector. As pointed out by Sciuillo (2021), in some legal systems, including the Italian one, PPPs in the cultural heritage sector provide for a specific discipline and regulation, also enhancing the social and cultural function as well as the economic one. Hence, PPPs are configured as strategic cooperations to promote the enhancement of cultural heritage, as they allow for the balancing of public and private interests, favoring sustainable and long-term oriented operational solutions in respect of the collective interest (Antoniazzi, 2024; Forbes and Fresa, 2016). However, the implementation of PPPs in the cultural heritage sector is often hampered by structural problems such as weak political will, lack of understanding of the model by institutions, and the presence of inadequately qualified private operators (Abdou, 2024). These limitations are often compounded by the lack of a clear and stable regulatory framework and insufficient coordination between different institutional levels, which hinder the definition of shared strategies and the effective implementation of partnership projects (Boniotto, 2023). Despite the highlighted limitations, the literature recognizes a plurality of PPP forms applicable to cultural heritage, ranging from sponsorship and cultural patronage to more structured models such as concessions, integrated management, and joint ventures with the active involvement of local communities (Settembre Blundo et al.). Cultural sponsorship is the focus of this study, within the mechanisms of urban regeneration that several Italian regions have already ratified in special laws on the subject.

Today, cultural sponsorship emerges as a strategic instrument of private intervention in the cultural sector capable not only of economically supporting artistic projects and heritages, but also of affecting the logic of selection, visibility and legitimacy of cultural content, especially where public support is reduced or fragmented (de Andrade Silva, 2025). In general terms, Krstić and Đurđević (2016) define sponsorship as a business relationship in which an organization offers financial or material resources to a subject, event or institution in exchange for visibility and promotional benefits. In the cultural sphere, however, sponsorship takes on more specific connotations. In fact, according to Cornwell and Maignan (1998), cultural sponsorship takes the form of a strategic investment through which companies support artistic and cultural activities or institutions, obtaining in return a symbolic association capable of generating reputational value and strengthening brand identity. For cultural sponsorship to produce lasting positive effects, it is essential that the business objectives of the company and the cultural goals of the sponsored institution are harmonized through a structured cooperation, oriented toward management quality and sensitive to the expectations of civil society (Casado-Molina et al., 2023). In this sense, sponsorship can contribute significantly to the enhancement of cultural heritage, provided that common goals are clearly defined and governance tools are adopted that can ensure transparency, accountability and mutual benefits in the medium to long term (Dolores et al., 2021). Evidently, the redevelopment of cultural heritage involves the consequent regeneration of the surrounding urban context, with undoubted flywheel effects on perceived and actual urban quality. However, the growing dependence on corporate sponsorship raises questions about the balance between economic sustainability and cultural autonomy of artistic institutions, which are increasingly oriented toward commercial management models (Alshawaaf and Lee, 2024). Against this backdrop, cultural sponsorship emerges as a strategic corporate response that not only fills gaps left by public disengagement but also enables corporate identity to be strengthened through the promotion of shared cultural values, fueling forms of symbolic recognition and social

brand legitimacy (Lee and Yoon, 2021). The immediate return for companies consists of an increase in their ESG standards, with a consequent reduction in financing costs through loan capital.

In some contexts, cultural sponsorship also assumes political relevance as it enables the construction of symbolic associations between business and culture that strengthen the public legitimacy of economic actors, especially when public policies actively incentivize its use as a tool of social responsibility (Sylvestre and Moutinho, 2007).

The public perception of cultural sponsorship varies significantly depending on the type of sponsor involved and the perceived consistency between corporate identity and the nature of the event supported, highlighting the strategic importance of the value alignment between business and cultural institution in strengthening the social legitimacy of private intervention (Colbert et al., 2005). In this context, the cultural sponsorship contract is not only a negotiating tool but also takes the form of a regulatory device capable of actively affecting the production and circulation of cultural meanings associated with the sponsored asset (Lisanti, 2024). In the luxury brand sector, support for arts and culture becomes a strategic form of corporate philanthropy capable not only of strengthening the symbolic positioning of the brand, but also of generating measurable economic returns in terms of reputation, perceived value, and market performance with direct effects on turnover (An and An, 2017). Ultimately, consumer awareness of corporate cultural sponsorship activities plays a crucial role in positively influencing corporate image and strengthening purchase intention, underscoring the importance of clear and consistent communication of promoted initiatives (Karpińska-Krakowiak, 2013). On the other hand, the large family of sponsorships also includes organic production (sponsorship of environmental recovery and protection), gender policies (sponsorship of respect and protection of the individual), etc.

Cultural sponsorship can take different forms, including support for artistic events, permanent institutions, monumental restoration interventions and innovative digital projects, shaping itself as a multifaceted strategy of public-private collaboration (Casado-Molina et al., 2023; Telesetsky, 2010). This study examines, among the various forms of cultural sponsorship, that which relates to the restoration of historical and architectural heritage.

The current phase of widespread availability of resources allocated to public interventions (PNRR) should not fuel false hopes for the immediate future. In fact, regardless of the possibility of extending European funds, the economic system's reaction to the need to return the capital lent by the EU to individual countries must be addressed as soon as possible. Therefore, structured PPP models will become increasingly decisive tools for the continuation of urban and territorial redevelopment policies.

Sponsorship of restoration work on historical-architectural assets emerges as a crucial lever for heritage protection and enhancement (Telesetsky, 2010). In this perspective, two main models of sponsorship applied to monumental restoration emerge: one of a contractual nature, based on the performance balance between the parties, and one of a patronage type, based on the logic of liberality; both, however, represent tools capable of enhancing the cultural heritage through innovative forms of public-private cooperation (Ventura et al., 2016). The involvement of luxury brands in monument restoration programs can combine corporate values, social responsibility and cultural positioning, generating distinctive brand experiences and a competitive advantage that is difficult to imitate; therefore, it is configured as a distinctive brand positioning strategy (Pereira, 2020). Investment in historical and artistic assets allows companies to become symbolically rooted in local contexts and convey values of refinement, authenticity, and social responsibility (Melewar and Skinner, 2018). This form of engagement is particularly valued in sectors with high symbolic intensity, such as luxury and fashion, where association with heritage can positively influence public perception (Kottasz, 2004; Karaosmanoglu and Melewar, 2006). Moreover, when designed in a manner consistent with public goals, restoration sponsorship represents a virtuous mode of collaboration that can align collective interest and corporate vision (Colbert, 2001). In general, a cultural *marketing-oriented* strategy, understood as an alignment between artistic identity and communicative goals, can correlate positively with financial performance, both in terms of direct revenue and contributions received (Voss and Voss, 2000).

From this perspective, participation in monument restoration projects can act as a lever to strengthen institutional image, increase consumer loyalty and activate new market opportunities, thereby also contributing to increased revenue and margins. Thus, sponsorship of restoration efforts by private companies can generate a significant impact not only in terms of visibility and reputation, but also with respect to the creation of economic value measurable through increased revenues through increased commercial attractiveness, or through reduced reputational and promotional costs compared to traditional media. In fact, as demonstrated by Voss and Voss (2000), cultural marketing-oriented companies can record better economic performance.

This paper focuses on the effect that the sponsorship of historical-architectural heritage restoration work can have on the earnings value of the sponsoring company, investigating how such initiatives can help increase operating margins. Specifically, the paper aims to investigate, by means of ex-ante evaluation, the financial impact of sponsorship through the application of an original dynamic model (Dolores et al., 2020), reformulated here in a key that is better adapted to the operational reality of large sponsoring companies and innovated through the removal of certain restrictive assumptions and through the introduction of expedients that allow for increased application flexibility and generalizability of the model. The study proposes an ex-ante model for budget setting for restoration sponsorship, estimating the expected marginal contribution of sponsorship to business output. This information is strategically important not only for companies, but also for public administrations, which can thus assess the economic sustainability of partnerships, and for the community, which benefits from more transparent, effective, and common good-oriented interventions.

The objective of the research work is twofold: on the one hand, to refine the model to make it more operational in the Italian national context; on the other hand, to further test its explanatory capacity through a series of potential sponsorships on historical-architectural heritage. To this end, an Italian company in the luxury sector, already active in the field of cultural sponsorship through restoration interventions carried out in Rome between 2015 and 2023, was selected as a case study. The investments, distributed on monuments of high historical and symbolic value, represent a significant example of strategic commitment to the enhancement of cultural heritage. The methodological approach integrates estimation models and dynamic analysis tools, with the aim of estimating the trend of optimal investments over time using simulated curves. The model considers variables such as the cumulative number of sponsored events, sponsorship costs, and corporate balance sheet data. The results obtained show how the model is able to offer a consistent representation of the firm's strategic cultural investment choices, identifying convenience thresholds and optimal allocation paths. The paper proposes an interdisciplinary reading that highlights, on the one hand, the contribution of the Discipline in offering ex ante evaluation tools for cultural PPPs and, on the other hand, the relevance of the model for public entities, planners, companies and other stakeholders in assessing the economic conditions that make their implementation sustainable.

The paper is structured as follows: in Section 2 the state of the art analysis is carried out, first describing the legal framework on cultural sponsorship in Italy and internationally, and then the models and empirical approaches mainly used to estimate the effectiveness of sponsorship; Section 3 illustrates the proposed model; Section 4 presents the results of the application; Section 5 is reserved for critical discussion of the results; finally, Section 6 summarizes the main conclusions, limitations of the work, and potential future research directions.

2. State of the Art

2.1 Legal framework on cultural sponsorship in Italy and internationally

Over the past two decades, the Italian regulatory framework on cultural sponsorship has evolved progressively. On the fiscal side, Article 108 of the TUIR (Presidential Decree 917/1986) represents the first relevant reference, providing for the full deductibility of sponsorship expenses, regardless of the scope (broadcasting, sports, cultural, etc.), if they are related to a documentable

advertising return, differentiating them from entertainment expenses. Specific legal recognition of cultural sponsorship, however, came only with the Cultural Heritage and Landscape Code (Legislative Decree 42/2004), which provided an initial normative definition. Specifically, Article 120 defines cultural sponsorship as a contract for consideration, through which a private party contributes money, goods or services to a cultural initiative, receiving in return benefits in terms of both visibility and image promotion. Cultural sponsorship was subsequently regulated by provisions contained in the old Public Contracts Code (Legislative Decree 163/2006) and its implementing regulation (Presidential Decree 207/2010). These regulations included sponsorship among the contractual forms attributable to public contracts, introducing the distinction between financial and technical sponsorship and opening the possibility of using tools such as project finance. Further developments came with the Ministerial Decree of December 19, 2012, and later with the MIBAC (Ministry of Cultural Heritage and Activities) Circular of 2016, which strengthened transparency and publicity obligations, particularly for contracts over 40,000 euros. Then in 2014, the Art Bonus (Law 83/2014) was established, made permanent by the 2016 Stability Law, which introduced a 65 percent tax credit for liberal donations aimed at safeguarding and enhancing cultural heritage. The subsequent Public Contracts Code of 2016 (Legislative Decree 50/2016) further systematized these provisions, confirming the obligation of written form and requiring compliance with safeguarding regulations in the execution of sponsored services. Finally, the new and current Public Contracts Code (Legislative Decree 36/2023) has expanded the operational possibilities, introducing in Article 134 the concept of atypical public-private partnership also for cultural heritage and significantly simplifying the procedures, especially in the case of single sponsor (Veronelli, 2015; Antoniazzi, 2024). Table 1 summarizes the regulatory framework on cultural sponsorship in the Italian landscape.

Table 1. Regulatory evolution of cultural sponsorship in Italy

Year	Law	Main object	Main implications
1986	Presidential Decree No. 917 of December 22, 1986 (Consolidated Income Tax Act - TUIR)	Tax regulation of sponsorship expenses (art. 108).	Full deductibility if related to advertising; distinguishes promotional expenses from entertainment expenses
2004	Legislative Decree No. 42 of January 22, 2004 (Code of cultural heritage and landscape)	First legal definition of cultural sponsorship (Art. 120)	Sponsorship as a performance contract consideration with promotional return for the private party
2006	Legislative Decree No. 163 of April 12, 2006 (Public Contracts Code).	Inclusion of sponsorship in public contracts	Opens to technical sponsorship and project finance
2010	Presidential Decree No. 207 of October 5, 2010 (Regulation of execution and implementation of the Public Contracts Code)	Implementing regulations of the Public Contracts Code	Formalizes operational procedures for sponsorship and PPPs
2012	Decree of the Ministry of Cultural Heritage and Activities, December 19, 2012	Regulates procedures and criteria for sponsor selection	Defines procedures for selecting and publicizing the agreement
2014	Law No. 106 of July 29, 2014 (so-called «Art Bonus»)	Tax credit for cultural liberal disbursements	Incentivizes cultural patronage with 65% tax deduction
2016	MIBACT Circular July 29, 2016, no. 27	Transparency requirements for contracts over €40,000	Introduces publicity and transparency requirements for public sponsorships
2016	Legislative Decree No. 50 of April 18, 2016 (New Public Contracts Code).	System of standards for the use of sponsorships in public administration.	Strengthens formal constraints and compatibility with asset protection
2023	Legislative Decree No. 36 of March 31, 2023 (Public Contracts Code)	Atypical public-private partnership for cultural assets (Art. 134)	Simplifies single-sponsor contracting and expands contractual possibilities

Table 2. Regulatory framework of cultural sponsorship in the international context

Country	Main standard	Intended incentive	Specificity
France	Loi n° 2003-709 du 1er août 2003 relative au mécénat, aux associations et aux fondations	Tax credit equal to 60% of disbursements	Clear distinction between patronage (non-advertising) and sponsorship (advertising)
United Kingdom	Charities Act 2011; Arts Council England operational guidelines.	Tax incentives and public grants	Sponsorship framed as charitable donations with image benefits
United States.	Internal Revenue Code (IRC), §170 and §501(c)(3)	Full tax deductions for donations to registered cultural organizations	Central role of corporate foundations and corporate giving policies
Germany	Einkommensteuergesetz (EStG) - Income Tax Act, §§10b and 4	Deduction of up to 20% of taxable income	Sponsorships fiscally framed as donations or corporate promotional expenses
Spain	Ley 49/2002, de 23 de diciembre, de régimen fiscal de las entidades sin fines lucrativos y de los incentivos fiscales al mecenazgo	Deduction of up to 35% of the amount sponsored	Detailed regulations on cultural patronage and sponsorship for advertising purposes
Canada	Income Tax Act, R.S.C., 1985, c. 1 (5th Supp.)	Tax deductions and matching programs from public entities.	Cultural sponsorships managed in synergy with federal and provincial agencies

Internationally, cultural sponsorship takes the form of a public-private partnership tool that is strongly influenced by the different legal and fiscal frameworks of individual countries. In France, the 2003 Loi Aillagon represented a turning point, introducing a highly structured incentive system that clearly distinguishes between commercial sponsorship and patronage (Arnaud et al., 2017). Similarly, Spain, with Ley 49/2002, established a favorable tax regime aimed at promoting donations and sponsorships in favor of culture (Pedreira Menéndez, 2021). In the Anglo-Saxon context, on the other hand, as in the United Kingdom and the United States, cultural sponsorship is part of the broader framework of charitable donations, managed by nonprofits, corporate foundations, and *charity trusts*, with significant tax benefits provided by the Charities Act 2011 and the Internal Revenue Code (Almunia et al., 2020; Schuster, 2006). Germany, while lacking a sectoral framework, allows partial deductions by framing such interventions as promotional or donative expenditures (Bönke et al., 2013). Finally, Canada takes an integrated approach, combining tax breaks with direct support through public agencies such as the Canada Council for the Arts, highlighting a cooperative model between public, private and civil society (Nemetz, 2006). Table 2 summarizes the regulatory framework on cultural sponsorship considering some of the major countries internationally.

2.2 Empirical models and approaches for estimating the effectiveness of sponsorship

The literature on sponsorship has evolved from conceptual contributions to sophisticated quantitative models. Meenaghan (1983) outlined the theoretical foundations of sponsorship as a tool for visibility and building brand equity. Cornwell and Maignan (1998), in a systematic review, formalized the main dimensions of impact (notoriety, image, sales), while Walliser (2003) integrated more than 50 studies into a meta-analysis, helping to structure an organic picture of effects. In the applied field, Crimmins and Horn (1996) experimentally tested, by ANOVA, the ability of sponsorship to enhance corporate reputation. Simonin and Ruth (1998), using SEM models, analyzed image transfer between sponsor and event, highlighting the crucial role of perceptual congruence. On the strategic front, Cornwell et al. (2001) noted, through surveys conducted to management, the increasing importance of sponsorship in building brand value. In parallel, O'Hagan and Harvey (2000) emphasized the influence of fiscal incentives and regulatory environment in arts sponsorship choices.

Gwinner and Swanson (2003), on the other hand, employed logistic regressions on longitudinal data to show how audience identification with the event enhances brand loyalty. More recent studies have focused on ROI: Olson and Thjørmøe (2009) show with comparative analysis that sponsorship can match the ROI of television advertising, provided there is thematic consistency. Jensen and Cobbs (2014) and Jensen et al. (2024) have refined the econometric measurement of ROI in sports contexts, identifying visibility, consistency, and continuity as key drivers of effectiveness. Nickell and Johnston (2020) propose an attitudinal perspective that emotional and value return is central to sponsorship potential. Lee and Yoon (2021) confirm the effectiveness of cultural sponsorship in reinforcing purchase intention through enhancing brand image. Finally, Lisanti (2024) places cultural sponsorship at the intersection of economics and law, interpreting it as a hybrid contractual form with relevant implications for public policymaking and collaborative governance.

Table 3. Main models and analyses for assessing sponsorship effectiveness

Research work	Purpose	Methodology	Results	Implications
Meenaghan (1983)	Defining commercial sponsorship at the conceptual level	Theoretical analysis and empirical cases	Highlighted the importance of brand visibility	Consolidates the business value of notoriety through sponsorship
Crimmins and Horn (1996)	Evaluate the effectiveness of sponsorship toward consumers	Empirical study with ANOVA on brand awareness data.	Sponsorship increases positive regard toward the brand by cementing reputation	Links cultural sponsorship to improved corporate reputation
Cornwell and Maignan (1998)	Collect and systematize research on sponsorship	Systematic review	Consistent synthesis on effects on brand awareness, image, and sales	Sets agenda for future empirical studies on sponsorship
Simonin and Ruth (1998)	Study the spillover effect between sponsors and events	SEM (Structural Equation Modeling)	Positive effects on consumer attitudes in the presence of perceived cultural congruence	Confirms relevance of perceptual alignment between brand and event
Cornwell et al. (2001)	Investigating managerial perceptions of sponsorship impacts	Survey manager, descriptive and factor analysis (PCA)	Sponsorship seen as a growing strategic lever in brand equity	Emphasizes the integration of sponsorship into corporate brand value
O'Hagan and Harvey (2000)	Analyze the reasons why companies sponsor arts events	Survey and classification of motivations	Sponsorship used for visibility, social responsibility and fiscal benefits	Highlights that regulatory factors and tax benefits influence sponsorship decisions
Gwinner and Swanson (2003)	Verify relationship between sponsorship, fan identification and loyalty	Logistic regression on longitudinal data	Congruence between sponsor and event is strong predictor of audience loyalty	Reinforces the centrality of cultural consistency in sponsorship programs
Walliser (2003)	Updating knowledge as sponsorship research increases	Quantitative meta-analysis of more than 50 studies	An integrated relationship between awareness, image and attitude is modeled	Leads to strategic techniques for communication mix combined with sponsorship
Olson and Thjørmøe (2009)	Assess the economic value of sponsorship versus TV advertising	Econometric comparative analysis	Sponsorship can generate comparable or higher ROI than TV advertising if there is cultural consistency	Argues that thematic congruence is key element in maximizing the economic return of sponsorship
Jensen and Cobbs (2014)	Economically estimate the return from investment in sports sponsorship	Econometric model on brand exposure and ROI data	ROI explained by visibility, consistency, and level of investment	Consolidates the business value of notoriety through sponsorship

Table 3 (continues). Main models and analyses for assessing sponsorship effectiveness

Research work	Purpose	Methodology	Results	Implications
Nickell and Johnston (2020)	Assess attitudinal ROI of sponsorships	Survey and advanced statistical analysis	ROI depends on the emotional and value component of the brand	Links cultural sponsorship to improved corporate reputation
Lee and Yoon (2021)	Measuring impact of cultural sponsorship on purchase intention	SEM with consumer survey	Well-managed cultural sponsorship significantly improves brand image	Sets agenda for future empirical studies on sponsorship
Jensen et al. (2024)	Analyze strategic determinants of sponsorship effectiveness	International econometric model	ROI influenced by continuity, visibility and strategic coherence	Confirms relevance of perceptual alignment between brand and event
Lisanti (2024)	Analyze regulatory and economic role of cultural sponsorship	Legal-economic analysis	Sponsorship viewed as a hybrid contractual form	Emphasizes the integration of sponsorship into corporate brand value

3. The proposed model

Ex-ante evaluation of the effectiveness in terms of financial sustainability of the results of a sponsorship campaign in the cultural sphere is generally a complex task due to multiple factors. First, economic returns are uncertain and difficult to predict. Second, it is often complicated to isolate the effects of sponsorship from those resulting from other marketing strategies. In addition, no universally recognized metrics have been established that can measure the cultural and economic impacts of sponsorship campaigns. The combination of these factors makes the implementation of an ex-ante cost-benefit analysis complex, partly because of the intangible and reputational nature of the benefits (Cornwell and Maignan, 1998; Pham, 1991). Because of the above limitations, many sponsoring firms prefer to resort to ex-post evaluation techniques that use actual data measured at the end of the sponsorship campaign. Among the main data collection tools, the most widely used are the survey, focus groups, interview and experimental study (Cornwell and Maignan, 1998; Grazioso G. et al., 2020). Despite the recognized validity of these instruments, they have some important limitations such as cognitive bias, subjectivity in responses, high cost of administration and analysis, and difficult causal correlation between sponsorship effectiveness and business outcomes. So, both ex-ante and ex-post models have significant limitations (Cornwell and Maignan, 1998; Pham, 1991). Hence, there is a need for the use of more rigorous quantitative approaches, capable on the one hand of producing reliable estimates of financial sustainability and expected impacts (ex-ante models), and on the other hand of ensuring objective and unbiased measurements of the monetary results obtained (ex-post models). Despite their structural limitations, ex-ante models can prove useful to sponsoring firms if they can offer a rational assessment to guide investment decisions, estimate potential returns, and minimize risks. In this direction is the approach initially developed by Bucci et al. (2003), which, although purely theoretical in nature, provided an economic-mathematical basis for the optimal determination of the budget to be allocated to cultural sponsorship activities. This model was subsequently taken up and reworked by the authors of the present study, who proposed a version of it applied to a real case study (Dolores et al., 2020) making explicit the operating conditions. The present work fits into this line of research by proposing a new application of the model, further reworked from the previous one with the aim of expanding its flexibility and generalizability. The proposed model is broken down into the steps shown in Figure 1; each is then detailed in the paragraphs that follow.

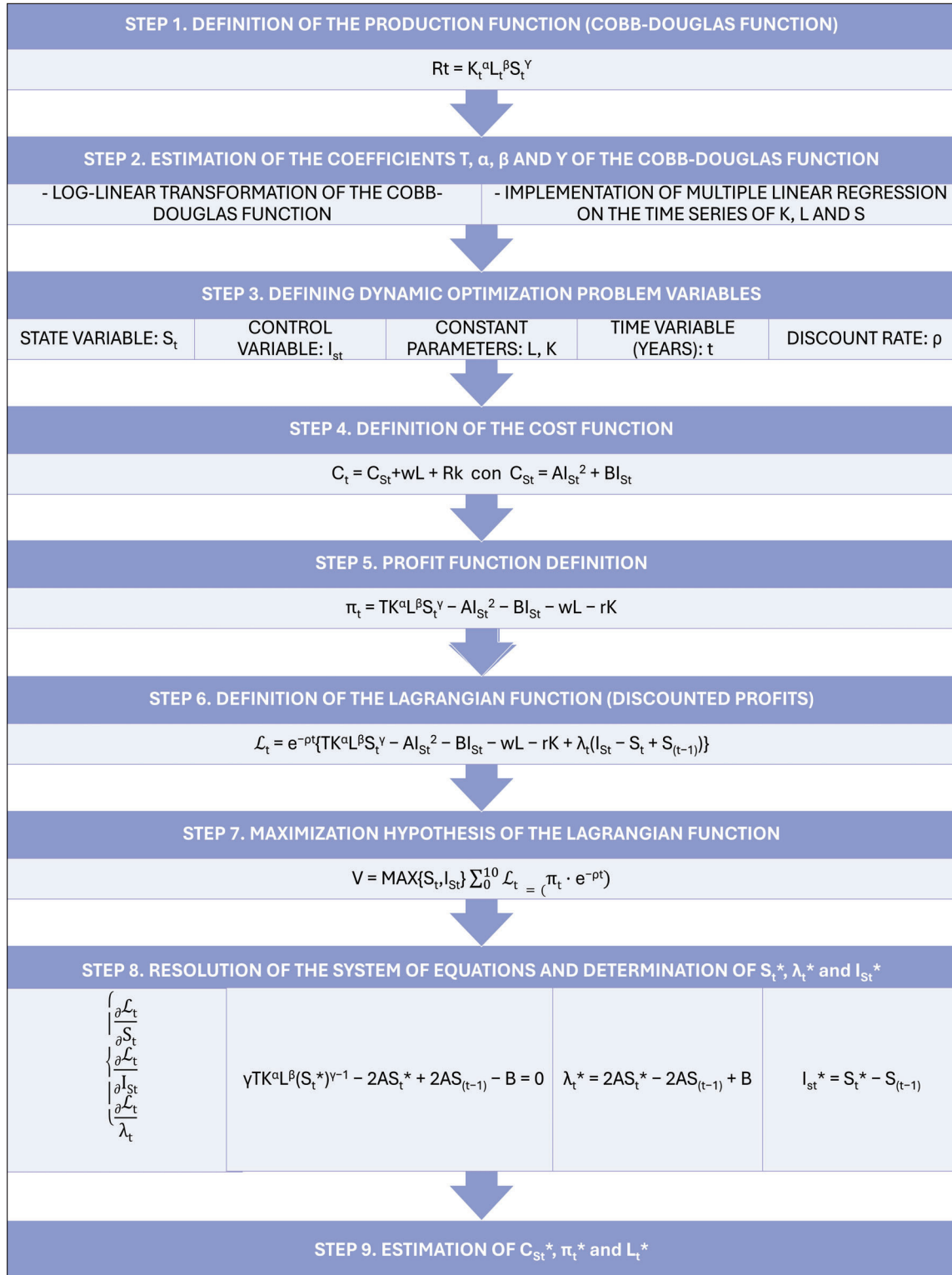


Figure 1. Representative flowchart of the stages of the model.

The main innovations introduced concern: (i) the removal of the assumption of a single-product enterprise, making the model also suitable for multi-product contexts and more adherent to the structure of large enterprises; (ii) the normalization of the unit price of goods produced to

1, effectively transforming the enterprise into an entity that directly generates revenue in monetary terms, regardless of the type, quantity and price levels of the goods/services offered; (3) the possibility of application of the model to large enterprises (i.e., with more than 250 employees, turnover of more than 50 million euros or total balance sheet of more than 43 million euros, in accordance with Recommendation 2003/361/EC implemented in Italy by D.M. April 18, 2005); (4) the reduction of the time horizon of analysis from 20 to 10 years, a solution that improves forecast accuracy and reduces the impact of uncertainty, making estimates more reliable in an economic environment subject to rapid changes. Consistent with the previous application (Dolores et al., 2020) and unlike the original theoretical model (Bucci et al., 2003), also in this study the dynamic analysis is conducted by discretizing the relevant variables, to facilitate computation and maintain full compatibility with real, observable data. Overall, these changes are justified with the intention of making the model more agile, adaptable to a greater number of business contexts, and capable of providing more robust operational guidance, while maintaining rigorous mathematical consistency.

3.1 Definition of the production function.

In agreement with previous studies (Bucci et al., 2003; Dolores et al., 2020), the following Cobb-Douglas three-factor production function is assumed valid (Cobb and Douglas, 1928):

$$R_t = TK_t^\alpha L_t^\beta S_t^\gamma \quad (1)$$

In the above equation, for each year t of reference time horizon, we denote R_t as business revenues, K_t as the capital factor of production (business fixed assets), L_t as the labor factor of production (measured as the number of employees), and S_t as an intangible factor of production representative of the number of restoration sponsorships made up to time instant t of evaluation. The constant $T > 0$ represents the technological progress of the firm, i.e., the simultaneous use efficiency of the three production factors. Finally, the constants $\alpha > 0$, $\beta > 0$ and $\gamma > 0$ represent the production elasticities (marginal returns) of K_t , L_t and S_t respectively (Cobb and Douglas, 1928). All constants of the production function were estimated according to the criteria described in the following step. S_t is a proxy for the exposure/reputation the firm has accumulated through sponsorships up to year t (e.g., number of interventions or cumulative intensity/expenditure). The coefficient associated with S_t in the estimation indicates the expected change in revenues as S_t varies, *ceteris paribus* (capital, labor, etc.). For example, a coefficient of 0.20 implies that a 10% increase in S_t is associated with roughly a 2% increase in revenues, all else equal. This relationship is associative and should be interpreted as an expected marginal contribution rather than evidence of a full causal link, since additional unobserved factors may also influence revenues. Moreover, K_t corresponds to the non-current (fixed) assets reported in the financial statements and includes both tangible and intangible assets (including goodwill, where applicable), net of the sponsorship component, which is treated separately via S_t . In this way, K_t also absorbs structural and persistent effects on revenues attributable to intangible assets (brands, rights, software, capitalized R&D, goodwill) and, to the extent capitalized, advertising investments other than sponsorship. This reduces omitted-variable risk, because a substantial share of intangible performance drivers is already embedded in K_t ; consequently, the coefficient on S_t is less prone to upward bias, preserving the model's role as an ex-ante budget-setting tool under transparent assumptions. Current marketing/advertising expenses that are not capitalized remain, by definition, outside K_t ; their longer-term effects may nonetheless be indirectly reflected in intangible items (e.g., goodwill), further mitigating potential bias.

3.2 Estimation of the coefficients T , α , β and γ of the Cobb-Douglas function

The parameters T , α , β and γ were estimated due to the log-linearity property of the Cobb-Douglas function. This property refers to the fact that, considering the natural logarithm of the function, a linear relationship is obtained between the logarithm of the output and the logarithm

of the inputs. Thus, it is possible to go from (1) to the following equation:

$$\ln R_t = \ln T + \alpha \ln K_t + \beta \ln L_t + \gamma \ln S_t \quad (2)$$

Log-linearity makes Cobb-Douglas particularly useful for econometric analyses. In the present case, this property makes it easy to estimate the parameters T , α , β and γ by multiple linear regression once the time series of R_t , K_t , L_t and S_t are known (Coulibaly et al., 2024).

3.3 Definition of the variables of the dynamic optimization problem.

Having estimated the parameters T , α , β and γ characterizing the Cobb-Douglas function and known the values that R_t , K_t , L_t and S_t take on in the instate of evaluation ($t = 0$), it is appropriate to define the characteristics of the main variables of the model in the manner provided by dynamic optimal control theory. To ensure a prudent reading of the results, we start from the following assumptions:

- *Ceteris paribus*. Capital and labor are held constant over the simulation horizon to isolate the conditional marginal contribution of sponsorship. This assumption is justified by two points: (i) in the short run, K and L are quasi-fixed because of adjustment costs and investment/hiring lead times (e.g., authorization processes, CAPEX cycles, contracting), as recognized in the adjustment-cost literature (Cooper et al., 1999; Bond and Söderbom, 2007); (ii) the focus of the paper is a useful tool for annual budget setting, so the interest lies in evaluating the marginal effect of the “sponsorship” lever holding the production endowment constant. The assumption should therefore be read as a local condition around the observed configuration (K_0, L_0) , consistent with the marginal interpretation of elasticities in a Cobb–Douglas setting. If extraordinary shocks to K or L occur (e.g., M&A, site openings/closures, restructurings), the model should be recalibrated; absent such discontinuities, interpreting the results as an informational upper bound remains appropriate for planning.
- Absence of unmodeled shocks. Innovation, prices, internationalization, and marketing campaigns other than sponsorship are not explicitly included as separate variables; therefore, results should be read as an informational upper bound. This is reasonable in an ex-ante exercise; these factors will be subject to ex-post analysis and sensitivity analysis in future research developments. Note, however, that in our setting K_t coincides with balance-sheet fixed assets: it includes both tangible and intangible assets (such as brands, software, capitalized R&D, goodwill), net of the sponsorship component treated separately via S_t . As a consequence, most intangible items not attributable to sponsorship are absorbed by K_t , not by S_t . This reduces omitted-variable risk and limits the chance of overstating the effect associated with sponsorship. S_t remains a proxy for the specific reputational exposure generated by sponsorships.
- Informative upper bound purpose for budget setting (non-causal). The model returns an optimal spending policy given the assumed structure, not a causal ex-post estimate: it is therefore suitable as a planning tool (for businesses and public administrations) and as a basis for subsequent empirical tests.

The main variables of the optimization problem can be classified as follows:

- State variable represents the state of the economic system at each time instant t and cannot be chosen or changed by the analyst. It is usually a quantity expressed in absolute terms since it does not refer to the unit of time (stock variable). In the present case, S_t is the state variable of the problem. Recall that it represents the number of sponsorships (stock) realized over time up to instant t . Its evolution is described by a law of motion.
- Control variable represents that variable that can be chosen or changed by the analyst. It is usually a quantity referred to the unit of time (flow variable). In the present case, we

introduce as a control variable the investment in sponsorship I_{St} , which represents the number of new sponsorships to be made at instant t ;

- Parameters assumed constant. In some dynamic optimization problems, it may be useful to hold certain variables constant to simplify the analysis and isolate the effects of specific decision factors. In the present case the analysis is conducted under the *ceteris paribus* assumption, since the objective is to evaluate how profit varies as the investment in sponsorship varies. For this reason, the variables K (fixed assets) and L (labor) are held constant, if the firm size in terms of assets and number of employees remains unchanged over time. The characteristic parameters of the Cobb-Douglas function (T , α , β and $\mathbb{X}$) are also assumed to be constant over time;
- Time variable: number of years t between 0 and 10. At time 0, the ex-ante evaluation of the cultural sponsorship program takes place;
- Discount rate: rate through which the sponsor firm's future cash flows are discounted, translating them into current value terms. In this paper it is denoted by ρ ;
- Discount factor: multiplier, calculated from the ρ rate, used to discount future cash flows. It is denoted by $e^{(-\rho)(t)}$.

As anticipated, the state variable is defined at each instant t by a law of motion, which can be easily traced to the following equation:

$$S_t = S_{t-1} + I_{St} \rightarrow I_{St} = S_t - S_{t-1} \rightarrow I_{St} - S_t + S_{t-1} = 0 \quad (3)$$

It can be seen from (3) that the stock S_t of sponsorships at time t is equal to the sum of the stock S_{t-1} of sponsorships at time $t-1$ with the new I_{St} sponsorships made at time t (Kamien and Schwartz, 2012).

3.4 Definition of the cost function

The function C_t , representative of total production costs, was defined as follows:

$$C_t = C_{St} + rK + wL \quad (4)$$

In the above equation, we denote C_{St} as the total sponsorship costs, rK as the capital input cost, and wL as the labor input cost. In turn, total sponsorship costs are represented by the following equation:

$$C_{St} = AI_{St}^2 + BI_{St} \quad (5)$$

In (5), the BI_{St} component represents the direct costs of sponsorship. It includes not only the costs incurred for the material design and implementation of the restoration work, but also those related to the communication and public visibility of the initiative: expenses for promotional materials, design and installation of information panels at the restored site, advertising, and acquisition of any ancillary contractual rights. B represents the direct unit cost of sponsorship, which occurs when in year t the sponsorship investment corresponds to only one restoration intervention (i.e., when $I_{St} = 1$). In contrast, the AI_{St}^2 component represents sponsorship adjustment costs. This term captures the increasing nonlinearity of costs associated with sponsorship expansion. In fact, adjustment costs increase more than proportionally to the amount of additional investment I_{St} . In practice, each new sponsorship involves increasing managerial and organizational complexity, requiring new dedicated resources. These expenses include: the organization of side events (inaugurations, press conferences), the implementation of communication plans, the consulting of *marketing* and public relations experts, in-house training of relevant staff, and finally, monitoring and evaluation activities of sponsorship results. As the number of sponsored initiatives increases, operational congestion effects are generated: each

project requires its own administrative, legal and financial structure, which is difficult to share with others, which increases marginal costs by more than the incremental investment. Parameter A indicates the unit adjustment cost (i.e., the additional cost when $I_{St}=1$).

The distinction between direct costs and adjustment costs is consistent with findings in the literature: Cooper et al. (1999) show that investment entails increasing costs associated with expansion, while Bond and Söderbom (2007) highlight the importance of including such costs in production models to faithfully reflect business constraints in investment decisions.

3.5 Definition of the profit function

Having defined the revenue function (production function) and the cost function, it is possible to write the profit function, denoted π_t , in the following form:

$$\pi_t = TK_t^\alpha L_t^\beta S_t^\gamma - AI_{St}^2 - BI_{St} - rK - wL \quad (6)$$

This function is of fundamental importance since the objective of the model is to estimate the optimal budget $C_{(st)}^*$ that the sponsoring firm must invest in each year $0 < t < 10$ to maximize the summation of future discounted profits.

3.6 Definition of the Lagrangian function representing the discounted profits.

The method of Lagrange multipliers was used to solve the optimization problem (Zhai, 2025; Glötzl et al., 2019). This method consists of finding an auxiliary function, called the Lagrangian function $\mathcal{L}_{(t)}$, defined as follows in its most basic form:

$$L = f(x) + \lambda g(x) \quad (7)$$

where:

- $f(x)$ is the objective function (to be maximized or minimized);
- $g(x) = 0$ is the constraint function to be met;
- λ is the Lagrange multiplier, the auxiliary variable needed to solve the problem.

In the present case, the Lagrangian function takes the following form:

$$L_t = e^{-\rho t} \pi_t + \lambda_t e^{-\rho t} [I_{St} - S_t + S_{t-1}] \quad (8)$$

In (8), $e^{-\rho t} \pi_t$ is the function of discounted profits, representing the objective function to be maximized, while $I_{St} + S_t + S_{t-1} = 0$ is the law of motion, i.e., the constraint function to be met. In addition, the Lagrangian function can be explicated as follows:

$$L_t = e^{-\rho t} [TK_t^\alpha L_t^\beta S_t^\gamma - AI_{St}^2 - BI_{St} - rK - wL + \lambda_t (I_{St} - S_t + S_{t-1})] \quad (9)$$

It should be pointed out that the Lagrange multiplier is a convenience variable that expresses the marginal value of the budget constraint, i.e., its shadow price. Recall that the shadow price is an estimate of the real or implied value of a resource, good or service that is not properly valued by the market or not traded in the market at all. The shadow price represents the marginal value of a constrained resource, beyond its market price (when it exists). It also coincides with the price the resource would have in a hypothetical perfectly competitive market, free of surcharges and distortions (Drèze et al, 1987). In the present case, λ_t represents the shadow price of sponsorship, coinciding with the value of the investment by commensurate with its effective marginal utility, i.e., by setting it equal to its opportunity cost (Vining and Weimer, 2019; Gao, 2022).

3.7 Definition of the objective function to be maximized

It is evident how in fact the Lagrangian function $\mathcal{L}_t$ coincides with the discounted profits function (objective function), the contribution expressed by the constraint function being zero by its definition. By virtue of this, the hypothesis of maximization of the objective function can be written as follows:

$$V = \text{MAX}_{\{S_t, I_{St}\}} \sum_{t=0}^{10} \mathcal{L}_t = \text{MAX}_{\{S_t, I_{St}\}} \sum_{t=0}^{10} (\pi_t e^{-\rho t}) \quad (10)$$

Thus, the objective is to estimate, for each t , the optimal investment I_{St}^* capable of maximizing the present value of the *sponsor* firm's future profits, thus helping to increase the income value of the firm and economically justify the choice of sponsorship investment in the context of public-private cultural partnerships.

3.8 Solving the system of equations and estimating S_t^* , λ_t^* and I_{St}^*

In order to obtain the maximum present value of future profits, denoted by V in (10), it is necessary to solve a system of three equations. These equations can be obtained by setting equal to zero the partial derivatives of the Lagrangian function $\mathcal{L}_t$ with respect to the state variable, the control variable and the Lagrange multiplier:

$$\begin{cases} \frac{\partial \mathcal{L}_t}{\partial S_t} = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}_t}{\partial I_{St}} = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}_t}{\partial \lambda_t} = 0 \end{cases} \quad (11)$$

System (11) can be reduced to the following equations:

$$\begin{cases} YTK^\alpha L^\beta S_t^{*Y-1} - 2AS_t^* + 2AS_{t-1} - B = 0 \\ \lambda_t^* = 2AS_t^* + 2AS_{t-1} - B \\ I_{St}^* = S_t^* - S_{t-1} \end{cases} \quad (12)$$

The optimization problem is solved once S_t^* is calculated from the first equation in (12). However, this equation is not easy to solve, since it is of degree $(Y-1)$. Nevertheless, it can be solved iteratively by implementing, for each t , the Solver function of Microsoft Excel. That function makes it possible to determine the value of S_t^* that can cancel the equation. Having obtained S_t^* , from the second and third equations of (12) it is possible to calculate, again for each t , the shadow price under optimal conditions λ_t^* and the optimal investment I_{St}^* .

3.9 Estimation of C_{St}^* , π_t^* and $\mathcal{L}_t^*$

Having determined S_t^* , λ_t^* and I_{St}^* , from (5), (6) and (8) it is possible to obtain C_{St}^* , π_t^* and $\mathcal{L}_t^*$. Recall that $\mathcal{L}_t^*$ represents the present value of profits generated at time t by investing the optimal budget $C_{(St)}^*$ in sponsorship. Finally, given the values of $\mathcal{L}_t^*$ for each t , from (10) we obtain the maximum revenue value V realizable in ten years by sponsorship campaign in *ceteris paribus* assumption.

4. Application of the model and results

The model described was applied to a real case study concerning a private enterprise operating in the luxury sector. Over the past decade, the company in question has activated a series of cultural sponsorship interventions aimed at preserving Italy's historical-architectural heritage. Between 2015 and 2023 it financed two projects located in the central area of the city of

Rome. For each of them are known the amount financed, the timing of execution and the main works carried out, mainly related to architectural works of conservative restoration, structural accommodation, accessibility and fruitive enhancement.

Information on the interventions is obtained exclusively from public and institutional sources (press releases, official documents from the Ministry of Culture, the municipality and the Superintendence). Consistent with the scientific objective of the contribution, centered on the illustration and validation of a predictive model that can be replicated in similar contexts, it was chosen not to explicitly report the name of the sponsor company nor the name of the monuments involved. This choice, consistent with the logic of methodological abstraction, avoids any interference of a promotional nature and, at the same time, favors a wider transferability of the model to comparable cases. However, the analytical description of the interventions and the verifiable provenance of the data ensure full transparency and replicability of the analysis. The main baseline data of the interventions analyzed are summarized in Table 4.

Table 4. Irrelevant information on sponsored restoration interventions

Monument	Start of work	End of work	Amount funded	Description of work
Monument 1 - Monumental staircase complex	October 2015	September 2016	Mln € 1.50	Cleaning and repair of travertine elements; structural consolidation; lighting improvement
Monument 2 - Urban archaeological area	May 2021	June 2023	Mln € 1.00	Installation of elevated walkways and elevator; arrangement of paths; exhibition arrangements; night lighting; musealization of the entire site

The sponsor-funded amounts for restoration work, shown in Table 4, represent the direct sponsorship costs of the two monuments. Preliminarily, these costs were added together. The total obtained was then apportioned for each year from 2015 to 2023 with reference to the actual years of the work performed. Again, for each t , adjustment costs placed equal to 20 percent of the direct costs were then added, yielding the total sponsorship costs. The choice of estimating adjustment costs as a 20 percent share of direct costs is reflected in empirical studies of complex projects, where incidental and coordination components are frequently found to be within a similar range (Chao, 2008; Enshassi et al., 2005). The lowest total cost, occurring in the year 2023, was associated with the unit investment $I_{St} = 1$. From it, the other investments were proportionally calculated and associated with the total sponsorship costs occurring in the remaining years (2015 to 2022). Finally, it was possible to calculate based on the law of motion, expressed by equation (3), the stock of sponsorships S_t accumulated from year to year. The results obtained from the application of the above steps are presented in Table 5.

Table 5. Costs and model parameters for sponsored restoration work

Year (t)	Direct sponsorship costs (B)	Sponsorship adjustment costs (A)	Total sponsorship costs (C_{St})	Annual investment in sponsorship (I_{St})	Sponsorship realized up to year t (S_t)
2015	€ 375,000	€ 75,000	€ 450,000	1.63	1.63
2016	€ 1,125,000	€ 225,000	€ 1,350,000	4.88	6.50
2017	€ 0	€ 0	€ 0	0.00	6.50
2018	€ 0	€ 0	€ 0	0.00	6.50
2019	€ 0	€ 0	€ 0	0.00	6.50

Table 5 /continues). Costs and model parameters for sponsored restoration work

Year (t)	Direct sponsorship costs (B)	Sponsorship adjustment costs (A)	Total sponsorship costs (C _{St})	Annual investment in sponsorship (I _{St})	Sponsorship realized up to year t (S _t)
2020	€ 0	€ 0	€ 0	0.00	6.50
2021	€ 307,692	€ 61,538	€ 369,231	1.33	7.83
2022	€ 461,538	€ 92,308	€ 553,846	2.00	9.83
2023	€ 230,769	€ 46,154	€ 276,923	1.00	10.83

Next, financial accounts data for the period 2015-2023, specifically R_t , K_t and L_t , were extracted from the AIDA database - Computerized Analysis of Italian Companies (Bureau van Dijk, 2024). This information enabled the estimation of the parameters T , α , β and Y by multiple linear regression. Recall that the regression line is represented by equation (2). Table 6 shows the values of R_t , K_t , L_t and S_t from 2015 to 2023.

Table 6. Data used to estimate the parameters T , α , β and Y

t [anni]	R_t [mln €]	K_t [mln €]	L_t [dip]	$S_{(t)}$ [n°]
2015	€ 179.64	€ 263.93	357	1,63
2016	€ 214.71	€ 262.06	365	6,50
2017	€ 226.13	€ 268.36	375	6,50
2018	€ 317.92	€ 281.11	388	6,50
2019	€ 352.76	€ 670.42	410	6,50
2020	€ 264.90	€ 693.96	407	6,50
2021	€ 504.83	€ 709.35	400	7,83
2022	€ 524.41	€ 725.99	413	9,83
2023	€ 641.41	€ 756.77	465	10,83

From the data in Table 6, the following values of the representative parameters of the production function were estimated by multiple linear regression (adjusted $R^2 = 0.7$; significance $F = 0.03$): $T = 0.36$, $\alpha = 0.22$, $\beta = 2.65$ and $Y = 0.22$.

Another key factor for implementing the model is the discount rate ρ . This was estimated using the Weighted Average Cost of Capital (WACC), assuming that the company finances its investments through debt and maintains stable leverage over the reference period. To estimate the systematic risk coefficient β associated with sponsorship, the dual nature of the investment (promotional and sectoral) was considered, combining the average risk levels of the advertising and luxury sectors, with weighting based on their respective average market returns (Cavallo and Coco, 2022; Berk et al., 2009). In particular, the financial structure of the investment was defined from a narrow perspective, including only actual financial debt and excluding operating debt and intercompany balances not proven to be interest-bearing loans. The cost of equity is calculated using the market inputs published by Damodaran for 2025 in the euro area (Damodaran, 2025).

The observation period considered, from 2015 to 2023, was defined based on the availability of reliable data. Specifically, 2015 represents the first year for which documented information is available on sponsorship initiatives by the sponsoring company for the benefit of historical-architectural heritage. In parallel, 2023 constitutes the last year for which a complete budget is available. These circumstances justify the choice of restricting the data shown in Table 5 and Table 6 to this time interval. At this point, all the data needed to implement the model has been

derived. January 1, 2024, is assumed as the initial instant of the evaluation. It is assumed that the future investments to be made are deferred, i.e., the sponsorship cost is incurred at the end of each year. The starting data for the optimization problem are shown in Table 7.

Table 7. Starting data of the dynamic optimization problem

K_0	L_0	S_0	R_0	A	B
[mln €]	[dip.]	[n°]	[mln €]	[€]	[€]
756.8	465	10.83	641.4	230,769	46,154
rK_0	wL_0	C_0	C_{S0}	R	W
[mln €]	[mln €]	[mln €]	[mln €]	[%]	[€]
259.5	58.3	350	32.3	34	125..376
π_0	ρ	α	β	γ	τ
[mln €]	[%]	[-]	[-]	[-]	[-]
291.3	4.2	0.22	2.65	0.22	0.36

From the data in Table 7, equations (12), (5), (6) and (8) were applied to solve the problem. In doing so, it was possible to obtain the values of S_t^* , λ_t^* , I_{St}^* , C_{St}^* , π_t^* and $\mathcal{L}_t^*$. Recalling that, for each $0 < t < 10$, the variable S_t was determined by solving the first equation of system (12) using the Solver function of Microsoft Excel. The results of the optimization model are shown in Table 8. The model shows that a cumulative investment of € 158,23 million over ten years maximizes discounted profits (€ 4.178 million) up to the optimal threshold of 88 similar sponsorships to that of the year 2023 (from the cost of about € 280,000). The results in Table 8 are discussed in detail in the following section. It should be noted that the values shown below should be interpreted as guidelines for budget setting, consistent with the model assumptions.

Table 8. Results of the dynamic optimization problem

t [anni]	S_t^* [n°]	R_t^* [mln €]	λ_t^* [mln €]	I_{St}^* [n°]	C_{St}^* [mln €]	π_t^* [mln €]	$\mathcal{L}_t^*$ [mln €]
1	25	751.04	6.54	14	46.37	354.85	340.01
2	36	811.26	4.95	11	26.58	434.86	399.27
3	44	851.61	4.16	9	18.72	483.06	424.98
4	52	882.13	3.66	8	14.52	517.79	436.49
5	59	906.79	3.31	7	11.90	545.07	440.28
6	66	927.53	3.05	7	10.11	567.59	439.31
7	72	945.46	2.85	6	8.80	586.83	435.21
8	78	961.27	2.69	6	7.81	603.64	428.97
9	83	975.44	2.55	5	7.03	618.59	421.22
10	88	988.29	2.43	5	6.39	632.07	412.40
Total	-	9,000.83	36.20	77	158.23	5,344.35	4,178.14

5. Discussion

Table 8 shows that as time t increases, the optimal annual investment I_{St}^* is decreasing, even though the total stock of sponsorship S_t^* is increasing. Optimal revenues R_t^* and maximum achievable profits π_t^* are also increasing. In contrast, the shadow prices of sponsorships λ_t^* and the optimal investment C_{St}^* are decreasing. The discounted profits $\mathcal{L}_t^*$ are found to be increasing until the fifth year and then become decreasing. Discussion of the results is facilitated by their comparative analysis, carried out through a series of graphs. The first (Figure 2) describes the evolution of the optimal budget (C_{St}^*) over time.

As anticipated, the optimal budget shows a decreasing trend over time, with larger investments in the early years to maximize discounted profits. The budget is decreasing because the marginal utility of sponsorship decreases for each additional investment (Kamien and Schwartz, 2012).

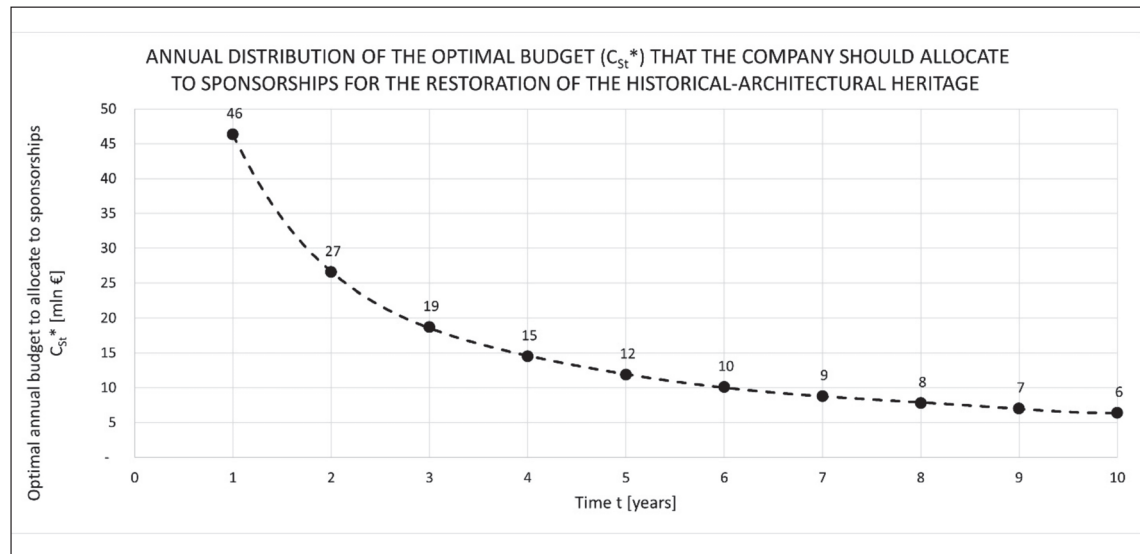


Figure 2. Trend overtime of the optimal budget C_{St}^* to be invested in sponsorship.

The investment in sponsorship to be incurred within the first year to maximize discounted profits amounts to about € 46 million, corresponding to 7,2 percent of the previous year's turnover. This is a high share but is consistent with the dynamics of the luxury sector, where reputation and connection to cultural heritage are central to the brand. This initial commitment is part of a promotional strategy aimed at generating visibility and strengthening the corporate image. In subsequent years, the investment gradually reduced, remaining under 3,5 percent of sales, following a logic of consolidation and maintenance of the reputational benefits activated. These results are in line with the industry literature. In fact, according to the most recent international surveys, companies tend to allocate between 5 percent and 20 percent of their turnover to the marketing budget, with a percentage value more frequent than the 7,7 percent recorded for 2024 (HubSpot, 2024; Deloitte, 2023; Spendesk, 2023; HawkSEM, 2025). This implies that, in the first year, the sponsoring company should allocate a considerable portion of its marketing budget to cultural sponsorship, in line with an intensive positioning strategy. Starting in the second year, the reduction in investment is consistent with industry evidence that sponsorship spending routinely accounts for between 15 percent and 20 percent of the overall marketing budget (IEG Sponsorship Report, 2020; Nielsen Sports, 2018). Applying these percentages to companies that allocate between 10 percent and 20 percent of turnover to marketing, as is frequently the case in the luxury sector, it appears that an investment in cultural sponsorship of 3,5 percent (or less) of turnover is entirely plausible in the post-launch phases. In Table 9, the optimal sponsorship costs are expressed, for each year t , as a percentage of the previous year's turnover.

Table 9. Optimal sponsorship costs (C_{St}^*) expressed, for each year t , as a percentage of the previous year's turnover

t [years]	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
C_{St}^*/R_{t-1}^* [%i]	7.2	3.5	2.3	1.7	1.3	1.1	0.9	0.8	0.7	0.7

Figure 3 describes the time evolution of maximum realizable profits (π_t^*). They are found to be increasing and concave, consistent with decreasing marginal return investment models ($Y < 1$). Specifically, there is a marked increase in returns in the early years, which gradually tends to decline: this reflects the fact that the incremental returns to cultural sponsorship investments are decreasing over time, as is the case in other marketing and public capital investment contexts (Keller, 2001; Kamien and Schwartz, 2012). This trend is consistent with the literature on brand equity building and value communication in luxury, where intense initial investments generate notoriety and positioning, while in later years the firm benefits from the reputational effects already activated, requiring smaller investments to achieve increasing profits (Cornwell et al., 2001; Meenaghan, 1983; Keller, 2001).

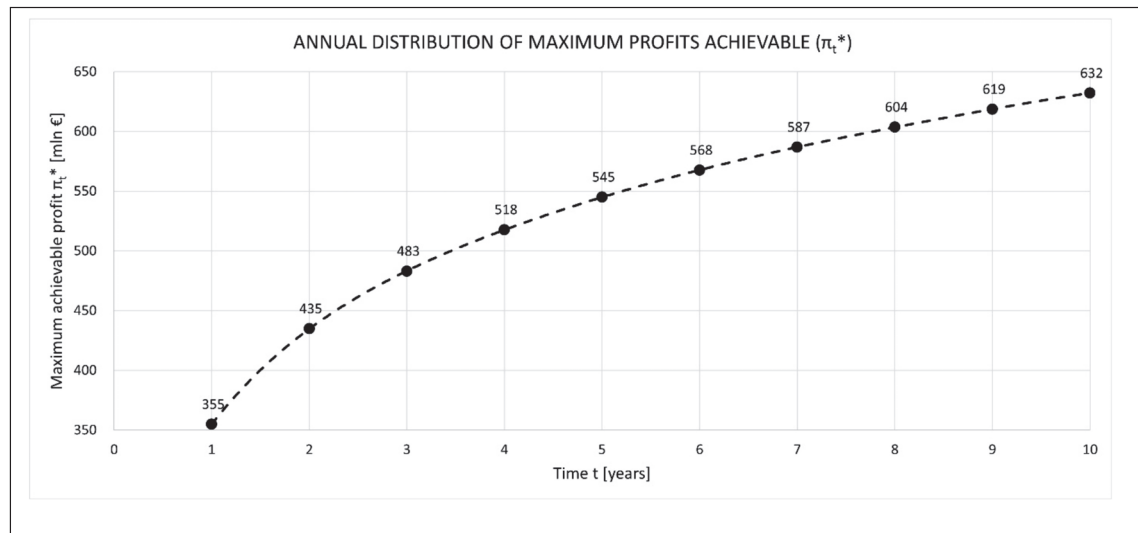
**Figure 3.** Maximum realizable profits π_t^* by investing the optimal budget C_{St}^* over the years.

Figure 4 depicts the time evolution of maximum realizable discounted profits ($\mathcal{L}_t^*$). In particular, the graph shows increasing discounted profits until the fifth year, followed by a gradual decline, confirming that the economic efficiency of sponsorship decreases over time due to the dual effects of the diminishing law of marginal returns (Faff et al., 2013) and the discounting process (Berk et al., 2009).

Figure 5 shows the relationship between the optimal annual budget to allocate to cultural sponsorship (C_{St}^*) and the maximum realizable profit (π_t^*) in various years t . The graph shows that with the passage of time (from $t = 1$ to $t = 10$), the company gradually reduces the optimal annual budget to be allocated to cultural sponsorship from about 46 million to less than 10 million. At the same time, the maximum realizable profit grows from 355 to 632 million. This trend is consistent with the logic of dynamic optimization: a high initial investment generates a lasting reputational effect that continues to produce results even when spending declines. The phenomenon reflects diminishing marginal returns and cumulative brand value over time, consistent with the arguments of Sethi and Thompson (2005) and Faff et al. (2013).

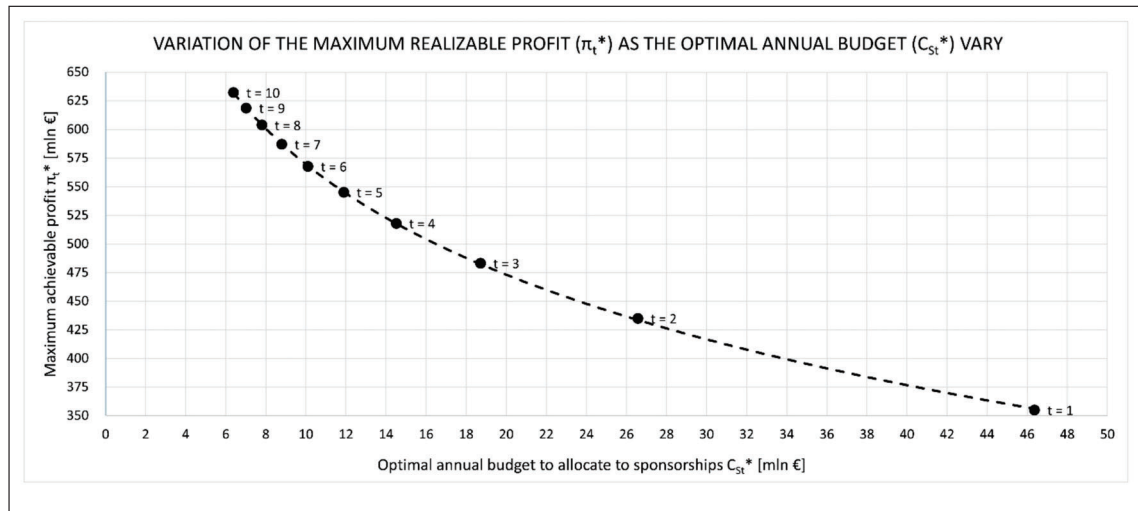


Figure 5. Law of variation of π_t^* (maximum realizable profit) as C_{St}^* (optimal budget) changes.

Finally, Figure 6 shows the relationship between the optimal annual budget to be allocated to cultural sponsorship (C_{St}^*) and the maximum realizable discounted profit ($\mathcal{L}_t^*$) for each year of the 10-year program. A nonlinear pattern is observed: the highest initial investment (first year) does not generate the highest discounted (and maximized) profit, which instead is realized at a lower investment (fifth year). This result is again consistent with the law of diminishing marginal returns, whereby each additional euro invested in sponsorship generates a lower benefit than the previous one (Faff et al., 2013), and with the effect of financial discounting, which penalizes cash flows farther out in time by making overly discounted investments less profitable (Berk et al., 2009). Starting in the fifth year, investment effectiveness shows a decline: discounted earnings begin to decline, signaling a critical moment. It might help, at this stage, to update the analysis and re-implement the model with the latest cost and production data, to revise the projections and, possibly, provide for an adjustment in business strategies. For example, one might consider recalibrating sponsorship activities by orienting toward projects with a higher cultural and media value than before.

In addition, after the critical year ($t = 5$), it becomes crucial to carefully observe the discount rate trend: any significant changes would require an update of the communication strategy,

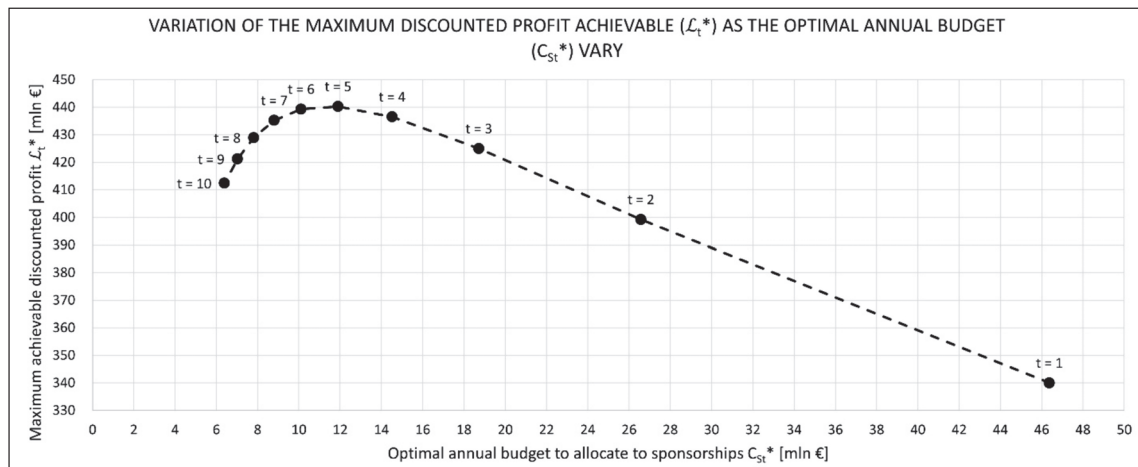


Figure 6. Law of variation of $\mathcal{L}_t^*$ (maximum realizable discounted profit) as C_{St}^* (optimal budget) varies.

making it more incisive and effective.

In order to promote the replicability and transparency of the model, it should be noted that γ measures the expected variation in revenues when S_t varies *ceteris paribus*; it therefore represents an informative upper bound for budget setting. For the same purpose, it is also appropriate to highlight the presence of a possible selection bias: solid, brand-oriented companies tend to sponsor and grow their revenues regardless of sponsorship. This can lead to endogeneity in the estimation of the effect associated with S_t . In this paper, an approach useful for budget setting and planning is adopted, i.e., the conditional marginal contribution is estimated, and an optimal spending rule is provided under explicit constraints and scenarios, postponing the causal test to ex-post analysis on granular databases (event study, differences in differences, Marketing-Mix Models).

Furthermore, it should be noted that sponsorship can also be pursued for purposes that are not strictly financial (improvement of image, reputation, social legitimacy, institutional relations), independent of short-term revenues. Since the proposed model maximizes discounted profits and does not incorporate such extra-financial benefits, the resulting optimal budget should be understood as a prudential threshold (safety margin): it is an expenditure rule consistent with financial sustainability alone. Additional reputational benefits, if documented ex-post, could justify higher levels of investment than those suggested by the study and should be assessed using dedicated metrics.

It seems, therefore, clear that the decreasing trend of the optimal budget has relevant strategic implications for both public and private operators. From the sponsor firm's point of view, the model suggests adopting a balanced multi-year strategy: significant initial investment, followed by smaller and more targeted subsequent interventions. In this way, the company can take advantage of the persistent effects of sponsorships already made on its image and future revenues, avoiding ineffective late expenditures. For the public administration (sponsee), having a reliable estimate of the optimal sustainable investment by the private sponsor allows it to more effectively calibrate economic demands during negotiation, avoiding excessive contributions that would undermine its viability. This promotes shared economic sustainability in which the company gets an adequate return and the community benefits from stable resources for the protection and enhancement of the historic-architectural heritage.

4. Conclusions

The approaching moment when the PNRR funds will determine a cost in the state budget leads to a rethinking of many PPP models in order to increase collaboration with private human and financial capital. Among these models, sponsorship is an effective tool for brand positioning, capable of strengthening corporate identity through an authentic link with culture. Cultural sponsorship can generate significant returns not only in terms of reputation but also economically, positively affecting revenues and profits (Telesetsky, 2010; Voss and Voss, 2000). It is therefore undoubtedly an interesting channel for private finance that can be captured by the public sector.

This paper analyzed ex-ante the financial impact of sponsoring historic-architectural heritage restoration work using a dynamic model that estimates the optimal annual budget to be allocated to the investment, with the goal of maximizing the sum of discounted future profits. The model was applied to an Italian luxury goods company that previously sponsored restoration work in Rome between 2015 and 2023. The results show that a 10-year investment of €158,23 million allows the company to generate an income value of €4.178 million. The results indicate how the model can offer a consistent representation of the company's strategic cultural investment choices, identifying convenience thresholds and optimal allocation trajectories. On an operational level, it offers a useful tool for public administrations and private sponsors, promoting transparency and efficiency in negotiations. On a social level, the work is part of a governance approach capable of promoting culture through economic strategies that generate shared value.

Despite the significance of the results obtained, the work presents some aspects that will

undoubtedly need to be explored in greater depth, with clear possibilities for future developments. First, the model was applied from an ex-ante perspective: an ex-post validation, even over shorter time horizons, could offer more robust empirical verification of its predictive effectiveness. Second, the analysis was conducted assuming the constancy of some variables (*ceteris paribus*). However, over time the firm could undergo structural changes (such as changes in capital stock, new hires, technological innovations or changes in target markets) that could also indirectly affect the effectiveness of sponsorship. For this reason, an evolution of the model toward a more nuanced dynamic formulation, integrated with a sensitivity analysis, could better capture the interactions between sponsorship and variables such as prices, raw material costs, labor productivity and return on capital. Another simplification involves the normalized price hypothesis: the analyzed firm produces a variety of goods, each with different price dynamics, potentially heterogeneously affected by sponsorship. An extension of the model to consider a multi-product system would allow a more realistic estimate of the economic impact. Furthermore, with regard to the general framework of urban regeneration, it is certainly interesting to carry out a complex assessment of the knock-on effect generated by the restoration and renovation of the surrounding buildings, with a consequent increase in property values and private interest in enhancement initiatives based on integrated historical, economic, and environmental factors.

The insights gained open up future research aimed at expanding and refining the model, amplifying its dynamic dimension, validating its application to real cases, and deepening the relationships between cultural sponsorship, the real estate market, and complex socio-economic variables.

Authors' Contribution

The work should be attributed equally to the Authors.

Bibliography

- Abdou M. (2024). Heritage conservation and the limitation of public-private partnerships. *Cultural Trends*, 33(3), 324–340. <https://doi.org/10.1080/09548963.2023.2189514>
- Almunia M., Güçeri I., Lockwood B. & Scharf K. (2020). More giving or more givers? The effects of tax incentives on charitable donations in the UK. *Journal of Public Economics*, 183, 104114. <https://doi.org/10.1016/j.jpubeco.2019.104114>
- Alshawaaf N. & Lee S.H. (2024). The paradox of corporate sponsorship of arts in the age of austerity. *International Journal of Arts Management*, 26(2). <http://hdl.handle.net/10203/323406>
- An S.N. & An J.S. (2017). The influence of company's culture & arts sponsorship activities on purchase intention of the consumer. *Journal of Korea Society of Industrial Information Systems*, 22(5), 101–111. <https://doi.org/10.5850/JKST.2021.45.3.546>
- Antoniazzi S. (2024). Beni culturali e partenariato pubblico-privato atipico nel Codice dei contratti pubblici. *Federalismi.it*, (8). <https://hdl.handle.net/2108/379483>
- Arnaud C., Attarça M., Davoine B. & Berthomé A. (2017). Role and place of firms in the management of cultural heritage: Case studies of contemporary art foundations François Pinault and Louis Vuitton in France. *Zarządzanie w Kulturze*, 1(1), 22–38. <https://doi.org/10.4467/20843976ZK.17.002.6285>
- Berk J., De Marzo P. & Venanzi D. (2009). *Capital budgeting* (1st ed.). Pearson Paravia Bruno Mondadori. ISBN: 8871925874, 9788871925875
- Bond S. & Söderbom M. (2005). *Adjustment costs and the identification of Cobb–Douglas production functions* (IFS Working Paper No. 05/04). Institute for Fiscal Studies. <https://ifs.org.uk/publications/adjustment-costs-and-identification-cobb-douglas-production-functions>
- Boniotti C. (2023). The public-private-people partnership (P4) for cultural heritage management

- purposes. *Journal of Cultural Heritage Management and Sustainable Development*, 13(1), 1–14. <https://doi.org/10.1108/JCHMSD-12-2020-0186>
- Bönke T., Massarrat-Mashhadi N. & Sielaff C. (2013). Charitable giving in the German welfare state: Fiscal incentives and crowding out. *German Economic Review*, 14(1), 35–58. <https://doi.org/10.1007/s11127-011-9806-y>
- Bucci A., Castellani M., Figini P. (2003). L'investimento in sponsorizzazione delle imprese: un'analisi economica in termini statici e dinamici. *Rivista di politica economica*, 93, 183–224.
- Bureau van Dijk. (2024). *AIDA – Analisi Informatizzata delle Aziende Italiane* [Data set]. Moody's Analytics. <https://login.bvdinfo.com/R1/AidaNeo>
- Cambra-Fierro J., López-Pérez M.E., Perez L. & Tejada-Tejada M. (2025). Managing public-private partnerships for urban design and regeneration: Lessons learned from the Hermitage Museum Barcelona odyssey. *Cities*, 158, 105714. <https://doi.org/10.1016/j.cities.2025.105714>
- Casado-Molina A.-M., Alarcón-Urbistondo P. & van Riel C.B.M. (2023). Building mutual rewarding sponsor relationships between museums and corporations. *Cultural Trends*, 32(4), 580–599. <https://doi.org/10.1080/09548963.2023.2255836>
- Cavallo L. & Coco G. (2002). La remunerazione del capitale investito nelle imprese soggette a regolazione. *Economia Pubblica*, 32(4), 175–204. https://www.francoangeli.it/riviste/Scheda_rivista.aspx?IDArticolo=18330
- Chao L.C. (2008). Estimation of contractor's project overhead rate as research on building cost. *Building Resilience*, 74. https://scholar.google.com/scholar?hl=it&as_sdt=0%2C5&q=Estimation+of+contractor%E2%80%99s+project+overhead+rate+as+research+on+building+cost.&btnG=
- Cobb C.W. & Douglas P.H. (1928). A theory of production. *The American economic review*, 18(1), 139–165. <https://www.jstor.org/stable/1811556>
- Colbert F., d'Astous A. & Parmentier M. (2005). CONSUMER PERCEPTIONS OF SPONSORSHIP IN THE ARTS. *International Journal of Cultural Policy*, 11(2), 215–228. <https://doi.org/10.1080/10286630500198245>
- Colbert F., Nantel S., Bilodeau S. & Rich J.D. (2001). *Marketing culture and the arts* (2nd ed.). Presses HEC Montréal.
- Cooper R., Haltiwanger J. & Power L. (1999). Machine replacement and the business cycle: Lumps and bumps. *American Economic Review*, 89(4), 921–946. <https://doi.org/10.1257/aer.89.4.921>
- Cornwell T.B. & Maignan I. (1998). An international review of sponsorship research. *Journal of advertising*, 27(1), 1–21. <https://doi.org/10.1080/00913367.1998.10673539>
- Cornwell T.B., Roy D.P. & Steinard E.A. (2001). Exploring managers' perceptions of the impact of sponsorship on brand equity. *Journal of Advertising*, 30(2), 41–51. <https://www.jstor.org/stable/4189177>
- Coulibaly B.D., Chaibi G. & El Khomssi M. (2024). Statistical modeling of the Cobb–Douglas production function: A multiple linear regression approach in presence of stable distribution noise. *Lobachevskii Journal of Mathematics*, 45(3), 1008–1022. <https://doi.org/10.1134/S1995080224600572>
- Crimmins J. & Horn M. (1996). Sponsorship: From management ego trip to marketing success. *Journal of Advertising Research*, 36(4), 11–21. <https://doi.org/10.1080/00218499.1996.12466501>
- Damodaran A. (2025, January). Data: current. https://pages.stern.nyu.edu/~adamodar/New_Home_Page/data.htm
- de Andrade Silva S.R. (2025). Corporate sponsorship as cultural policy: tax incentives in Brazilian contemporary art. *International Journal of Cultural Policy*, 30(4), 1–18. <https://doi.org/10.1080/10286632.2025.2454580>
- Deloitte, Duke University & American Marketing Association. (2023, March). *The CMO Survey: Managing Brand, Growth, and Metrics*. <https://cmosurvey.org/wp-content/uploads/>

- Drèze J.P. & Stern N. (1987). The Theory of Cost-Benefit Analysis. In A. J. Auerbach & M. Feldstein (Eds.), *Handbook of Public Economics* (Vol. 2, pp. 909–989). [https://doi.org/10.1016/S1573-4420\(87\)80009-5](https://doi.org/10.1016/S1573-4420(87)80009-5)
- Dolores L., Macchiaroli M. & De Mare G. (2020). A dynamic model for the financial sustainability of the restoration sponsorship. *Sustainability*, 12(4), 1694. <https://doi.org/10.3390/su12041694>
- Dolores L., Macchiaroli M. & De Mare G. (2021). Sponsorship's Financial Sustainability for Cultural Conservation and Enhancement Strategies: An Innovative Model for Sponsees and Sponsors. *Sustainability*, 13(16), 9070. <https://doi.org/10.3390/su13169070>
- Enshassi A., Abdul-Aziz A.R. & El Karriri A. (2005). Investigating the overhead costs in construction projects in Palestine. *Journal of Financial Management of Property and Construction*, 10(1), 71–81. <https://doi.org/10.1108/13664380810882066>
- Faff R., Ho Y., Lin W. & Yap C.-M. (2013). Diminishing marginal returns from R&D investment: Evidence from manufacturing firms. *Applied Economics*, 45(5), 611–622. <https://doi.org/10.1080/00036846.2011.608644>
- Forbes N. & Fresa A. (2016). *Public-private partnerships for cultural heritage: Opportunities, challenges, future steps*. RICHES Project, Think Paper No. 7. https://www.open-heritage.eu/wp-content/uploads/2019/09/rch_thinkpapers_07.pdf
- Gao Y. (2022). Characterizing shadow price via Lagrange multiplier for nonsmooth problem. *Journal of the Operations Research Society of China*, 11(3), 827–838. <https://doi.org/10.1007/s40305-022-00416-6>
- Gerundo R., Marra A., Grimaldi M. (2022). A Preliminary Model for Promoting Energy Communities in Urban Planning. In: Calabrò F., Della Spina L., Piñeira Mantiñán M.J. (eds) *New Metropolitan Perspectives*. NMP 2022. Lecture Notes in Networks and Systems, vol 482. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-031-06825-6_270
- Glötl E., Glötl F. & Richters, O. (2019). From constrained optimization to constrained dynamics: extending analogies between economics and mechanics. *Journal of Economic Interaction and Coordination*, 14(3), 623–642. <https://doi.org/10.1007/s11403-019-00252-7>
- Graziuso G., Grimaldi M., Mancini S., Quartieri J., Guarnaccia C. (2020). Crowdsourcing Data for the Elaboration of Noise Maps: a Methodological Proposal. *Journal of Physics: Conference Series* 1603 (2020) 012030. APSAC 2020. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1603/1/012030>
- Grimaldi M., Giordano C., Graziuso G., Barba S., Fasolino I. (2022). A GIS-BIM Approach for the Evaluation of Urban Transformations. A Methodological Proposal. *WSEAS Transactions on Environment and Development*, (18), 247–254. <https://doi.org/10.37394/232015.2022.18.26>
- Gwinner K. & Swanson S. (2003). A model of fan identification: antecedents and sponsorship response. *Journal of Services Marketing*, 17(5), 275–296. <https://doi.org/10.1108/08876040310474828>
- HawkSEM. (2025). *What percentage of revenue should be spent on marketing?* <https://hawksem.com/blog/what-percentage-of-revenue-should-be-spent-on-marketing/>
- HubSpot. (2024, February 27). *How much of your revenue should you spend on marketing?* HubSpot Blog. <https://blog.hubspot.com/marketing/marketing-budget-percentage>
- IEG. (2020). *Sponsorship spending report and forecast*. <https://it.scribd.com/document/552387172/EVERYTHING-ABOUT-SPONSORSHIP>
- Jelinčić D.A., Tišma S., Senkić M. & Dodig D. (2017). Public-private partnership in cultural heritage sector. *Transylvanian Review of Administrative Sciences*, 13(SI), 74–89. <https://doi.org/10.24193/tras.SI2017.5>
- Jensen J. A. & Cobbs J.B. (2014). Predicting return on investment in sport sponsorship: Modeling brand exposure, price, and ROI in Formula One automotive competition. *Journal of Advertising Research*, 54(4), 435–447. <https://doi.org/10.2501/JAR-54-4-435-447>
- Jensen J.A., Cobbs J.B., Mazer A. & Tyler B.D. (2024). Analyzing brand strategy on an international

- scale: The sponsorship performance cycle in Formula One racing. *Journal of International Marketing*, 32(3), 23–42. <https://doi.org/10.1177/1069031X241255094>
- Kamien M.I. & Schwartz N.L. (2012). *Dynamic optimization: The calculus of variations and optimal control in economics and management* (2nd ed.). Dover Publications. ISBN: 978-0486481348
- Karaosmanoglu E. & Melewar T. (2006). Corporate communications, identity and image: A research agenda. *Journal of Brand Management*, 14, 196–206. <https://doi.org/10.1057/palgrave.bm.2550060>
- Karpińska-Krakiwiak M. (2013). The impact of consumer knowledge of a company's CSR activities on brand attitude and purchase intention. *Journal of Marketing Communications*, 19(4), 260–276. <https://doi.org/10.1080/13527266.2011.631569>
- Keller K.L. (2001). Building customer-based brand equity: *A blueprint for creating strong brands* (Marketing Science Institute Report No. 01–107). Marketing Science Institute. https://thearf-org-unified-admin.s3.amazonaws.com/MSI/2020/06/MSI_Report_01-107.pdf
- Kottasz R. (2004). How should charitable organizations motivate young professionals to give philanthropically? *International Journal of Nonprofit and Voluntary Sector Marketing*, 9(1), 9–27. <https://doi.org/10.1002/nvsm.230>
- Krstić A. & Đurđević B. (2016). Sponsorship as an instrument of marketing communication (with examples from sport). *SPORT-Science & Practice*, 6(1). http://sportnaukaipraksa.vss.edu.rs/pdf/SNP-06-01-02_EN/SPONSORSHIP.pdf
- Lee E.M. & Yoon S. (2021). Does cultural brand sponsorship pay off? *International Journal of Customer Relationship Marketing and Management*, 12(2), 1–16. <https://doi.org/10.4018/IJCRMM.2021040101>
- Lisanti M. (2024). The regulation of cultural meanings through sponsorship contracts. *Italian Journal of Legal Studies*, 10, 203. <https://theitalianlawjournal.it/data/uploads/10-italj-1-2-2024/203-lisanti.pdf>
- Meenaghan T. (1983). Commercial sponsorship. *European Journal of Marketing*, 17(7), 5–73. <https://doi.org/10.1108/EUM0000000004825>
- Nemetz S.L. (2006). Gifting Cultural Property in Canada: Testing a Tax Expenditure. *Can. B. Rev.*, 85, 457.
- Nickell D. & Johnston W.J. (2020). An attitudinal approach to determining sponsorship ROI. *Marketing Intelligence & Planning*, 38(1), 61–74. <https://doi.org/10.1108/MIP-11-2018-0512>
- Nielsen Sports. (2021). *Return on Sponsorship Investment*. <https://niensports.com/return-on-sponsorship-investment/>
- O'Hagan J. & Harvey D. (2000). Why Do Companies Sponsor Arts Events? Some Evidence and a Proposed Classification. *Journal of Cultural Economics*, 24, 205–224. <https://doi.org/10.1023/A:1007653328733>
- Olson E.L. & Thjørmøe H.M. (2009). Sponsorship effect metric: Assessing the financial value of sponsoring by comparisons to television advertising. *Journal of the Academy of Marketing Science*, 37(4), 504–515. <https://doi.org/10.1007/s11747-009-0147-z>
- Pedreira Menéndez J. (2021). Soluciones de las comunidades autónomas de régimen general a algunas deficiencias de la Ley 49/2002 de régimen fiscal de las entidades no lucrativas en el ámbito del mecenazgo cultural. *Revesco. Revista de Estudios Cooperativos*, 138, 1–21. <https://doi.org/10.5209/reve.75565>
- Pereira S. Jr. (2020). *The Monument Brands: Examining Luxury Brand Investment in Cultural Legacy Programs* (Publication No. 28023987) [Doctoral dissertation, Southern New Hampshire University]. ProQuest Dissertations and Theses Global.
- Pham M.T. (1991). The evaluation of sponsorship effectiveness: A model and some methodological considerations. *Gestion 2000*, 7(4), 47–65.
- Schuster J M. (2006). Tax Incentives in Cultural Policy. In Ginsburgh, V. & Throsby D. (Eds.), *Handbook of the Economics of Art and Culture* (Vol. 1, pp. 404–454). Elsevier.

[https://doi.org/10.1016/S1574-0676\(06\)01036-2](https://doi.org/10.1016/S1574-0676(06)01036-2)

- Sciullo G. (2022). Patrimonio culturale e PSPP secondo il Codice dei contratti / The public-private partnership on cultural heritage after the Code of public contracts. *Il capitale culturale. Studies on the Value of Cultural Heritage*, 79–92. <https://doi.org/10.13138/2039-2362/2868>
- Sethi S.P. & Thompson G.L. (2005). *Optimal control theory: Applications to management science and economics* (2nd ed.). Springer. <https://doi.org/10.1007/0-387-29903-3>
- Settembre Blundo D., García-Muiña F.E., Fernández del Hoyo A.P., Riccardi M.P. & Maramotti Politi A.L. (2023). Sponsorship and patronage and beyond: PPP as an innovative practice in the management of cultural heritage. *Journal of Cultural Heritage Management and Sustainable Development*, 7(2), 147–163. <https://doi.org/10.1108/JCHMSD-08-2016-0045>
- Simonin B.L. & Ruth J.A. (1998). Is a company known by the company it keeps? Assessing the spillover effects of brand alliances on consumer brand attitudes. *Journal of Marketing Research*, 35(1), 30–42. <https://doi.org/10.1177/002224379803500105>
- Spendesk. (2023, November 14). *Marketing spend statistics: How much should you invest?* <https://www.spendesk.com/blog/marketing-spend-statistics/>
- Sylvestre C.M. & Moutinho L. (2007). Leveraging Associations: The Promotion of Cultural Sponsorships. *Journal of Promotion Management*, 13(3–4), 281–303. <https://doi.org/10.1080/10496490802308497>
- Telesetsky A. (2010). Corporate foundations and US cultural heritage: Role of US corporate in protecting and promoting the built cultural heritage sector. *Aedon*, (1), 0–0. <https://doi.org/10.7390/31725>
- Torrieri F., Crisopulli A. & Rossitti M. (2025). Assessing the feasibility of PPPs for cultural heritage enhancement in UNESCO sites: The case of Matera (Italy). *Land*, 14, 898. <https://doi.org/10.3390/land14040898>
- Ventura C., Cassalia G. & Della Spina L. (2016). New models of public-private partnership in cultural heritage sector: Sponsorships between models and traps. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 223, 257–264. <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2016.05.361>
- Veronelli M. (2015). *Le sponsorizzazioni culturali come forma di partenariato pubblico-privato*. In G. Trupiano (a cura di), *La finanza della cultura: la spesa, il finanziamento e la tassazione* (pp. 57–69). Roma Tre Press. <https://doi.org/10.13134/978-88-97524-37-3/4>
- Vining A.R. & Weimer D.L. (2019). The value of high school graduation in the United States: Per-person shadow price estimates for use in cost-benefit analysis. *Administrative Sciences*, 9(4), 81. <https://doi.org/10.3390/admsci9040081>
- Voss G.B. & Voss, Z.G. (2000). Strategic orientation and firm performance in an artistic environment. *Journal of Marketing*, 64(1), 67–83. <https://doi.org/10.1509/jmkg.64.1.67.17993>
- Walliser B. (2003). An international review of sponsorship research: extension and update. *International Journal of Advertising*, 22(1), 5–40. <https://doi.org/10.1080/02650487.2003.11072838>
- Zhai Y. (2025). *An introduction to Lagrange multipliers: Theory and applications in economics*. *Journal of Economic Methods*, 17(1), 45–62. <https://doi.org/10.61173/ch4v0m11>
- Žuvela A., Šveb Dragija M. & Jelinčić D.A. (2023). Partnerships in heritage governance and management: Review study of public-civil, public-private and public-private-community partnerships. *Heritage*, 6, 6862–6880. <https://doi.org/10.3390/heritage6100358>

La collaborazione pubblico-privato per la rigenerazione urbana: il ruolo della sponsorizzazione

Luigi Dolores¹, Maria Macchiaroli^{1,*}, Gianluigi De Mare²

¹ Dipartimento di Ingegneria Civile (DICIV), Università degli Studi di Salerno, Via Giovanni Paolo II 132, 84084 Fisciano (SA), Italy; ldolores@unisa.it; mmacchiaroli@unisa.it

² Dipartimento di Ingegneria Industriale (DIIN), Università degli Studi di Salerno, Via Giovanni Paolo II 132, 84084 Fisciano (SA), Italy; gdemare@unisa.it

* autore corrispondente

Parole chiave

PPP culturali, investimenti in sponsorizzazione culturale, rigenerazione urbana, valorizzazione del patrimonio culturale, sostenibilità economico-finanziaria

Abstract

Nell'ambito della crescente ricerca di soluzioni operative per la valorizzazione e la gestione sostenibile del patrimonio culturale, i partenariati pubblico-privati (PPP) rivestono un ruolo cruciale. In particolare, la sponsorizzazione culturale rappresenta una leva progettuale rilevante, in grado di coniugare obiettivi pubblici ed interessi privati in un quadro condiviso di responsabilità e visibilità. Le recenti modifiche normative introdotte dal nuovo Codice dei Contratti Pubblici (D.Lgs. 36/2023, art. 134) hanno confermato e rafforzato tale strumento. In questo contesto si inserisce il presente contributo, che mira ad indagare l'impatto finanziario della sponsorizzazione finalizzata al restauro di beni architettonici e monumentali attraverso l'applicazione di un modello dinamico originale (Dolores et al., 2020), qui riformulato per sponsor di grandi dimensioni, con un occhio agli obiettivi della rigenerazione urbana, e innovato al fine di renderlo maggiormente flessibile, pur preservandone la rigorosa coerenza matematica. Il modello proposto stima il budget annuo ottimale che un'impresa dovrebbe destinare alla sponsorizzazione in interventi di recupero o restauro architettonico-monumentale per massimizzare la sommatoria dei profitti futuri attualizzati. Tale informazione risulta strategica per gli sponsee, le pubbliche amministrazioni, che possono così valutare la sostenibilità economica delle partnership, per la collettività, che beneficia di interventi più trasparenti ed orientati al bene comune. L'approccio metodologico integra modelli estimativi e strumenti di analisi dinamica con l'obiettivo di stimare l'andamento nel tempo degli investimenti ottimali mediante curve predittive. I risultati dello studio, applicato ad una nota società italiana operante nel settore del lusso e già protagonista di alcuni interventi di sponsorizzazione culturale realizzati a Roma tra il 2015 e il 2024, mostrano come il modello sia in grado di offrire una rappresentazione coerente delle scelte strategiche di investimento culturale dell'impresa, individuando soglie di convenienza e traiettorie ottimali di allocazione delle risorse.

1. Introduzione

La rigenerazione urbana rappresenta una componente chiave per lo sviluppo sostenibile delle città. In questo scenario, i partenariati pubblico-privato (PPP) emergono in letteratura come strumenti efficaci per incrementare le sostenibilità delle città e favorire la resilienza urbana attraverso

la condivisione di risorse, competenze e responsabilità tra settore pubblico ed attori privati (Cambrà-Fierro et al., 2025; Torrieri et al., 2025; Grimaldi et al., 2022). Negli ultimi anni i PPP trovano molteplici applicazioni per il finanziamento e la realizzazione di interventi in diversi settori di interesse pubblico, dalle grandi opere di trasporto e logistica fino al settore dei servizi, includendo scuole, ospedali, musei ed altri spazi culturali (Jelinčić et al., 2017; Gerundo et al., 2022). Nei PPP il soggetto privato investe risorse, assume parte dei rischi e riceve una remunerazione, rendendo il partenariato particolarmente adatto anche alla realizzazione, gestione o valorizzazione di infrastrutture e servizi nel settore culturale (Žuvela et al., 2023).

Il presente studio si concentra sugli obiettivi della rigenerazione urbana con particolare attenzione all'ambito culturale, analizzando il ruolo del PPP quale leva strategica per la conservazione, la gestione e la valorizzazione del patrimonio, tra finalità pubbliche e modelli di collaborazione sostenibile con il settore privato. Come evidenziato da Sciullo (2021), in taluni ordinamenti giuridici, tra i quali quello italiano, i PPP nel settore dei beni culturali prevedono una disciplina ed una normativa specifica, valorizzando anche la funzione sociale e culturale oltre che quella economica. Per cui, i PPP si configurano come cooperazioni strategiche per promuovere la valorizzazione del patrimonio culturale, in quanto consentono di contemperare l'interesse pubblico e quello privato, favorendo soluzioni operative sostenibili e orientate al lungo termine nel rispetto dell'interesse collettivo (Antoniazzi, 2024; Forbes e Fresa, 2016). Tuttavia, l'implementazione dei PPP nel settore dei beni culturali è spesso ostacolata da problemi strutturali come la debole volontà politica, la scarsa comprensione del modello da parte delle istituzioni e la presenza di operatori privati non adeguatamente qualificati (Abdou, 2024). A questi limiti si aggiunge sovente la mancanza di un quadro normativo chiaro e stabile, nonché l'insufficiente coordinamento tra i diversi livelli istituzionali, che ostacolano la definizione di strategie condivise e l'effettiva attuazione dei progetti di partenariato (Bonioti, 2023). Nonostante i limiti evidenziati, la letteratura riconosce una pluralità di forme di PPP applicabili al patrimonio culturale, che spaziano dalla sponsorizzazione e dal mecenatismo culturale fino a modelli più strutturati come le concessioni, la gestione integrata e le *joint venture* con il coinvolgimento attivo delle comunità locali (Settembre Blundo et al., 2023). La sponsorizzazione culturale rappresenta il principale oggetto di approfondimento del presente studio, all'interno dei meccanismi di rigenerazione urbana che già diverse Regioni hanno ratificato in leggi speciali per la materia.

La sponsorizzazione culturale si configura oggi come uno strumento strategico di intervento privato nel settore culturale capace non solo di sostenere economicamente progetti artistici e patrimoni, ma anche di incidere sulle logiche di selezione, visibilità e legittimazione dei contenuti culturali, soprattutto laddove il sostegno pubblico si riduce o si frammenta (de Andrade Silva, 2025). In termini generali, Krstić e Đurđević (2016) definiscono la sponsorizzazione come una relazione commerciale in cui un'organizzazione offre risorse finanziarie o materiali a un soggetto, evento o istituzione in cambio di visibilità e benefici promozionali. In ambito culturale, tuttavia, la sponsorizzazione assume connotazioni più specifiche. Infatti, secondo Cornwell e Maignan (1998) la sponsorizzazione culturale si configura come un investimento strategico attraverso cui le imprese supportano attività o istituzioni artistiche e culturali, ottenendo in cambio un'associazione simbolica capace di generare valore reputazionale e rafforzare l'identità del brand. Affinché la sponsorizzazione culturale produca effetti positivi durevoli è essenziale che gli obiettivi commerciali dell'impresa e le finalità culturali dell'istituzione sponsorizzata siano armonizzati attraverso una cooperazione strutturata, orientata alla qualità gestionale e sensibile alle aspettative della società civile (Casado-Molina et al., 2023). In tal senso, la sponsorizzazione può contribuire in modo significativo alla valorizzazione del patrimonio culturale, a condizione che vengano definiti con chiarezza gli obiettivi comuni e adottati strumenti di governance capaci di garantire trasparenza, affidabilità e benefici reciproci nel medio-lungo termine (Dolores et al., 2021). Evidentemente, la riqualificazione del patrimonio culturale comporta la conseguenziale rigenerazione del contesto urbano conterminale, con indubbi effetti di volano sulla qualità urbana percepita e reale. Tuttavia, la crescente dipendenza da sponsorizzazioni aziendali solleva interrogativi circa l'equilibrio tra sostenibilità economica e autonomia culturale delle istituzioni artistiche, sempre più orientate verso modelli di gestione di tipo commerciale (Alshawaaf e Lee, 2024). In questo scenario, la sponsorizzazione culturale emerge come una risposta strategica delle imprese, che non solo colma i vuoti lasciati dal disimpegno pubblico,

ma consente anche di rafforzare l'identità aziendale attraverso la promozione di valori culturali condivisi, alimentando forme di riconoscimento simbolico e legittimazione sociale del brand (Lee e Yoon, 2021).

In taluni contesti, la sponsorizzazione culturale assume anche una rilevanza politica in quanto consente di costruire associazioni simboliche tra impresa e cultura che rafforzano la legittimazione pubblica degli attori economici, specialmente quando le politiche pubbliche ne incentivano attivamente l'impiego come strumento di responsabilità sociale (Sylvestre e Moutinho, 2007). Il ritorno immediato per le imprese consiste nell'aumento dei propri standard ESG, con conseguenziale abbassamento dei costi di finanziamento tramite capitale di prestito.

La percezione pubblica della sponsorizzazione culturale varia sensibilmente in funzione del tipo di sponsor coinvolto e della coerenza percepita tra identità aziendale e natura dell'evento sostenuto, evidenziando l'importanza strategica dell'allineamento valoriale tra impresa e istituzione culturale nel rafforzare la legittimità sociale dell'intervento privato (Colbert et al., 2005). In questo contesto, il contratto di sponsorizzazione culturale non è soltanto uno strumento negoziale, ma si configura anche come dispositivo regolativo capace di incidere attivamente sulla produzione e circolazione dei significati culturali associati al bene sponsorizzato (Lisanti, 2024). In particolare, nel settore dei brand del lusso, il sostegno ad arti e cultura diventa una forma strategica di filantropia aziendale in grado non solo di rafforzare il posizionamento simbolico del marchio, ma anche di generare ritorni economici misurabili in termini di reputazione, valore percepito e performance di mercato con effetti diretti sul fatturato (An e An, 2017). In ultima analisi, la conoscenza da parte dei consumatori delle attività di sponsorizzazione culturale da parte delle imprese gioca un ruolo determinante nell'influenzare positivamente l'immagine aziendale e nel rafforzare l'intenzione d'acquisto, sottolineando l'importanza di una comunicazione chiara e coerente delle iniziative promosse (Karpńska-Krakiwicz, 2013).

D'altronde, alla grande famiglia delle sponsorizzazioni si possono ricondurre anche le produzioni BIO (sponsorizzazione del recupero e della salvaguardia ambientale), le politiche di genere (sponsorizzazione del rispetto e della tutela della persona), ecc.

La sponsorizzazione culturale può assumere forme diverse, includendo il sostegno a eventi artistici, istituzioni permanenti, interventi di restauro monumentale e progetti digitali innovativi, configurandosi come una strategia poliedrica di collaborazione pubblico-privata (Casado-Molina et al., 2023; Telesetsky, 2010). Questo studio approfondisce, tra le diverse forme di sponsorizzazione culturale, quella relativa al restauro del patrimonio storico-architettonico.

L'attuale fase di ampia disponibilità di risorse destinate ad interventi pubblici (PNRR) non deve illudere rispetto all'immediato futuro. Infatti, indipendentemente dalla possibilità di prorogare i fondi europei, andrà presto affrontata la reazione del sistema economico alle necessità di rientro dei capitali prestati dalla UE ai singoli Paesi. Sicché modelli strutturati di PPP diverranno strumenti sempre più decisivi per la continuazione di politiche di riqualificazione urbana e territoriale.

La sponsorizzazione di interventi di restauro su beni storico-architettonici si configura come una leva cruciale per la tutela e la valorizzazione del patrimonio (Telesetsky, 2010). In questa prospettiva, emergono due principali modelli di sponsorizzazione applicati al restauro monumentale: uno a carattere contrattuale, improntato sull'equilibrio prestazionale tra le parti, ed uno di tipo mecenatistico, basato su logiche di liberalità; entrambi, tuttavia, rappresentano strumenti capaci di valorizzare il patrimonio culturale attraverso forme innovative di cooperazione pubblico-privata (Ventura et al., 2016). Il coinvolgimento dei brand del lusso in programmi di restauro monumentale è in grado di coniugare valori aziendali, responsabilità sociale e posizionamento culturale, generando esperienze di marca distintive e un vantaggio competitivo difficilmente imitabile; si configura, pertanto, quale strategia distintiva di brand positioning (Pereira, 2020). L'investimento in beni storici e artistici consente alle imprese di radicarsi simbolicamente nei contesti locali e di trasmettere valori di raffinatezza, autenticità e responsabilità sociale (Melewar e Skinner, 2018). Questa forma di impegno è particolarmente valorizzata nei settori ad alta intensità simbolica, come il lusso e la moda, dove l'associazione con il patrimonio può influenzare positivamente la percezione pubblica (Kottasz, 2004; Karaosmanoglu e Melewar, 2006). Inoltre, quando progettata in modo coerente con gli obiettivi pubblici, la sponsorizzazione del restauro rappresenta una modalità di collaborazione

virtuosa, capace di allineare interesse collettivo e visione aziendale (Colbert, 2001). In generale, una strategia orientata al marketing culturale, intesa come allineamento tra identità artistica e obiettivi comunicativi, può correlarsi positivamente alla performance finanziaria, sia in termini di entrate dirette che di contributi ricevuti (Voss e Voss, 2000). In tale prospettiva, la partecipazione a progetti di restauro monumentale può fungere da leva per rafforzare l'immagine istituzionale, incrementare la fedeltà del consumatore e attivare nuove opportunità di mercato, contribuendo così anche all'aumento di fatturato e marginalità. Quindi, la sponsorizzazione di interventi di restauro da parte di imprese private può generare un impatto significativo non solo in termini di visibilità e reputazione, ma anche rispetto alla creazione di valore economico misurabile mediante l'incremento dei ricavi attraverso una maggiore attrattività commerciale, o mediante la riduzione dei costi reputazionali e promozionali rispetto ai media tradizionali. Infatti, come dimostrato da Voss e Voss (2000), le imprese orientate al marketing culturale possono registrare migliori performance economiche.

Il presente lavoro si concentra sull'effetto che la sponsorizzazione dei lavori di restauro del patrimonio storico-architettonico può avere sul valore reddituale dell'azienda sponsor, indagando come tali iniziative possano contribuire ad accrescere i margini operativi d'impresa. In particolare, il contributo mira ad indagare, mediante valutazione ex-ante, l'impatto finanziario della sponsorizzazione attraverso l'applicazione di un modello dinamico originale (Dolores et al., 2020), qui riformulato in una chiave che meglio si adatta alla realtà operativa di imprese sponsor di grandi dimensioni e innovato mediante la rimozione di talune ipotesi restrittive e mediante l'introduzione di accorgimenti che consentono di aumentare la flessibilità applicativa e la generalizzabilità del modello. Lo studio propone un modello ex-ante per il *budget-setting* della sponsorizzazione di restauri, stimando la contribuzione marginale attesa della sponsorizzazione sull'output d'impresa. Tale informazione assume rilevanza strategica non solo per le aziende, ma anche per le pubbliche amministrazioni, che possono così valutare la sostenibilità economica delle partnership, e per la collettività, che beneficia di interventi più trasparenti, efficaci ed orientati al bene comune.

L'obiettivo del lavoro di ricerca è duplice: da un lato affinare il modello per renderlo maggiormente operativo nel contesto nazionale italiano; dall'altro testarne ulteriormente la capacità esplicativa mediante una serie di sponsorizzazioni potenziali sul patrimonio storico-architettonico. A tal fine, è stata selezionata quale caso studio un'impresa italiana del settore del lusso, già attiva nell'ambito della sponsorizzazione culturale mediante interventi di restauro realizzati a Roma tra il 2015 e il 2023. Gli investimenti, distribuiti su monumenti ad alto valore storico e simbolico, rappresentano un esempio significativo di impegno strategico nella valorizzazione del patrimonio culturale. L'approccio metodologico integra modelli estimativi e strumenti di analisi dinamica, con l'obiettivo di stimare l'andamento nel tempo degli investimenti ottimali mediante curve simulate. Il modello considera variabili quali il numero cumulato di eventi sponsorizzati, i costi di sponsorizzazione e dati di bilancio aziendale. I risultati ottenuti mostrano come il modello sia in grado di offrire una rappresentazione coerente delle scelte strategiche di investimento culturale dell'impresa, individuando soglie di convenienza e traiettorie ottimali di allocazione. Il lavoro propone una lettura interdisciplinare che mette in luce, da un lato, il contributo della Disciplina nell'offrire strumenti di valutazione ex ante per i PPP culturali e, dall'altro, la rilevanza del modello per enti pubblici, progettisti, imprese ed altri *stakeholders*, nel valutare le condizioni economiche che ne rendono sostenibile la realizzazione.

Il contributo è così strutturato: nella Sezione 2 è effettuata l'analisi dello stato dell'arte, descrivendo dapprima il quadro normativo sulla sponsorizzazione culturale in Italia e in ambito internazionale e, successivamente, i modelli e gli approcci empirici principalmente impiegati per stimare l'efficacia della sponsorizzazione; nella Sezione 3 è illustrato il modello proposto; la Sezione 4 presenta i risultati dell'applicazione; la Sezione 5 è riservata alla discussione critica dei risultati; infine, la Sezione 6 sintetizza le principali conclusioni, i limiti del lavoro e le potenziali direzioni future di ricerca.

2. Stato dell'arte

2.1 Quadro normativo sulla sponsorizzazione culturale in Italia e in ambito internazionale

Negli ultimi vent'anni, il quadro normativo italiano in materia di sponsorizzazione culturale ha conosciuto una progressiva evoluzione. Sul versante fiscale, l'art. 108 del TUIR (D.P.R. 917/1986) rappresenta il primo riferimento rilevante, prevedendo la piena deducibilità delle spese di sponsorizzazione, indipendentemente dall'ambito di applicazione (radiotelevisivo, sportivo, culturale, ecc.), qualora esse siano correlate a un ritorno pubblicitario documentabile, differenziandole dalle spese di rappresentanza. Un riconoscimento giuridico specifico della sponsorizzazione culturale è però intervenuto solo con il Codice dei beni culturali e del paesaggio (D.Lgs. 42/2004), che ne ha fornito una prima definizione normativa. In particolare, l'articolo 120 definisce la sponsorizzazione culturale come un contratto a prestazioni corrispettive, attraverso cui un soggetto privato contribuisce, in denaro, beni o servizi, ad un'iniziativa culturale, ricevendone in cambio vantaggi sia in termini di visibilità che di promozione d'immagine. La sponsorizzazione culturale è stata successivamente disciplinata da disposizioni contenute nel vecchio Codice dei contratti pubblici (D.Lgs. 163/2006) e nel relativo regolamento attuativo (D.P.R. 207/2010). Tali norme hanno incluso la sponsorizzazione tra le forme contrattuali riconducibili agli appalti pubblici, introducendo la distinzione fra sponsorizzazione finanziaria e tecnica ed aprendo alla possibilità di utilizzo di strumenti come la finanza di progetto. Ulteriori sviluppi sono giunti con il D.M. 19 dicembre 2012 e, in seguito, con la circolare del MIBAC (Ministero per i beni e le attività culturali) del 2016, che hanno rafforzato gli obblighi di trasparenza e pubblicità, in particolare per i contratti superiori ai 40.000 euro. Nel 2014 è stato poi istituito l'Art Bonus (L. 83/2014), reso permanente dalla Legge di Stabilità 2016, che ha introdotto un credito d'imposta del 65% a favore di erogazioni liberali finalizzate alla salvaguardia e valorizzazione dei beni culturali. Il successivo Codice dei contratti pubblici del 2016 (D.Lgs. 50/2016) ha ulteriormente sistematizzato queste disposizioni, confermando l'obbligo della forma scritta e richiedendo il rispetto della disciplina di tutela nell'esecuzione delle prestazioni sponsorizzate. Infine, il nuovo e vigente Codice dei contratti pubblici (D.Lgs. 36/2023) ha ampliato le possibilità operative, introducendo all'art. 134 il concetto di partenariato pubblico-privato atipico anche per i beni culturali e semplificando sensibilmente le procedure, soprattutto nel caso di sponsor unico (Veronelli, 2015; Antoniazzi, 2024). In Tabella 1 è sintetizzato il quadro normativo sulla sponsorizzazione culturale nel panorama italiano.

Tabella 1. Evoluzione normativa della sponsorizzazione culturale in Italia

Anno	Norma	Oggetto principale	Implicazioni principali
1986	D.P.R. 22 dicembre 1986, n. 917 (Testo Unico delle Imposte sui Redditi - TUIR)	Disciplina fiscale delle spese di sponsorizzazione (art. 108)	Deducibilità totale se legata a pubblicità; distingue le spese promozionali da quelle di rappresentanza
2004	Decreto legislativo 22 gennaio 2004, n. 42 (Codice dei beni culturali e del paesaggio)	Prima definizione giuridica della sponsorizzazione culturale (art. 120)	Sponsorizzazione come contratto a prestazioni corrispettive con ritorno promozionale per il privato
2006	Decreto legislativo 12 aprile 2006, n. 163 (Codice dei contratti pubblici)	Inclusione della sponsorizzazione nei contratti pubblici	Apre alla sponsorizzazione tecnica e alla finanza di progetto
2010	D.P.R. 5 ottobre 2010, n. 207 (Regolamento di esecuzione e attuazione del Codice dei contratti pubblici)	Regolamento attuativo del Codice dei contratti pubblici	Formalizza procedure operative per sponsorizzazione e PPP
2012	Decreto del Ministero per i Beni e le Attività Culturali, 19 dicembre 2012	Regolamentazione delle procedure e criteri di selezione sponsor	Definisce modalità di selezione e pubblicizzazione dell'accordo
2014	Legge 29 luglio 2014, n. 106 (cosiddetto "Art Bonus")	Credito d'imposta per erogazioni liberali culturali	Incentiva mecenatismo culturale con detrazione fiscale del 65%

Tabella 1 (continua). Evoluzione normativa della sponsorizzazione culturale in Italia

Anno	Norma	Oggetto principale	Implicazioni principali
2016	Circolare MIBACT 29 luglio 2016, n. 27	Obblighi di trasparenza per contratti oltre i 40.000 €	Introduce requisiti di pubblicità e trasparenza per sponsorizzazioni pubbliche
2016	Decreto legislativo 18 aprile 2016, n. 50 (Nuovo Codice dei contratti pubblici)	Sistema di norme per l'uso di sponsorizzazioni nella pubblica Amministrazione	Rafforza vincoli formali e compatibilità con la tutela del bene
2023	Decreto legislativo 31 marzo 2023, n. 36 (Codice dei contratti pubblici)	Partenariato pubblico-privato atipico per beni culturali (art. 134)	Semplifica l'affidamento con sponsor unico e amplia possibilità contrattuali

A livello internazionale, la sponsorizzazione culturale si configura come uno strumento di collaborazione pubblico-privato fortemente influenzato dai differenti assetti giuridici e fiscali dei singoli Paesi. In Francia, la Loi Aillagon del 2003 ha rappresentato un punto di svolta, introducendo un sistema incentivante fortemente strutturato, che distingue nettamente tra sponsorizzazione commerciale e mecenatismo (Arnaud et al., 2017). Similmente, la Spagna, con la Ley 49/2002, ha istituito un regime fiscale favorevole volto a promuovere le donazioni e sponsorizzazioni a favore della cultura (Pedreira Menéndez, 2021). In ambito anglosassone, invece, come nel Regno Unito e negli Stati Uniti, la sponsorizzazione culturale si inserisce nel più ampio framework delle donazioni benefiche, gestite da enti non-profit, fondazioni aziendali e *charity trusts*, con benefici fiscali significativi previsti dal Charities Act 2011 e dall'Internal Revenue Code (Almunia et al., 2020; Schuster, 2006). La Germania, pur priva di una disciplina settoriale, permette deduzioni parziali inquadrando tali interventi come spese promozionali o donative (Bönke et al., 2013). Infine, il Canada adotta un approccio integrato, combinando agevolazioni fiscali a supporti diretti tramite agenzie pubbliche come il Canada Council for the Arts, evidenziando un modello cooperativo tra pubblico, privato e società civile (Nemetz, 2006). In Tabella 2 è sintetizzato il quadro normativo sulla sponsorizzazione culturale considerando alcuni tra i principali paesi a livello internazionale.

Tabella 2. Quadro normativo della sponsorizzazione culturale a livello internazionale

Paese	Norma principale	Incentivo previsto	Specificità
Francia	Loi n° 2003-709 du 1er août 2003 relative au mécénat, aux associations et aux fondations	Credito d'imposta pari al 60% delle erogazioni	Chiara distinzione tra mecenatismo (non pubblicitario) e sponsorizzazione (pubblicitaria)
Regno Unito	Charities Act 2011; indirizzi operativi di Arts Council England	Incentivi fiscali e grant pubblici	Sponsorizzazioni inquadrare come donazioni benefiche con benefici d'immagine
Stati Uniti	Internal Revenue Code (IRC), §170 e §501(c)(3)	Deduzioni fiscali integrali per donazioni a enti culturali registrati	Ruolo centrale delle fondazioni d'impresa e delle corporate giving policies
Germania	Einkommensteuergesetz (EStG) – Income Tax Act, §§10b e 4	Deduzione fino al 20% del reddito imponibile	Sponsorizzazioni fiscalmente inquadrare come donazioni o spese promozionali aziendali
Spagna	Ley 49/2002, de 23 de diciembre, de régimen fiscal de las entidades sin fines lucrativos y de los incentivos fiscales al mecenazgo	Detrazione fino al 35% dell'importo sponsorizzato	Normativa dettagliata su mecenatismo culturale e sponsorizzazioni con finalità pubblicitarie
Canada	Income Tax Act, R.S.C., 1985, c. 1 (5th Supp.)	Deduzioni fiscali e programmi di matching da enti pubblici	Sponsorizzazioni culturali gestite in sinergia con enti federali e provinciali

2.2 Modelli e approcci empirici per la stima dell'efficacia della sponsorizzazione

La letteratura sulla sponsorizzazione si è evoluta da contributi concettuali a sofisticati modelli quantitativi. Meenaghan (1983) ha delineato i fondamenti teorici della sponsorizzazione come strumento di visibilità e costruzione di *brand equity*. Cornwell e Maignan (1998), con una revisione sistematica, hanno formalizzato le principali dimensioni di impatto (notorietà, immagine, vendite), mentre Walliser (2003) ha integrato oltre 50 studi in una meta-analisi, contribuendo a strutturare un quadro organico degli effetti. In ambito applicato, Crimmins e Horn (1996) hanno verificato sperimentalmente, tramite ANOVA, la capacità della sponsorizzazione di rafforzare la reputazione aziendale. Simonin e Ruth (1998), con modelli SEM, hanno analizzato l'immagine transfer tra sponsor ed evento, evidenziando il ruolo cruciale della congruenza percettiva. Sul fronte strategico, Cornwell et al. (2001) hanno rilevato, tramite sondaggi effettuali al *management*, la crescente rilevanza della sponsorizzazione nella costruzione del valore di marca. In parallelo, O'Hagan e Harvey (2000) hanno sottolineato l'influenza di incentivi fiscali e contesto normativo nelle scelte di sponsorizzazione artistica. Gwinner e Swanson (2003) hanno invece impiegato regressioni logistiche su dati longitudinali per mostrare come l'identificazione del pubblico con l'evento rafforzi la fedeltà al brand. Studi più recenti hanno messo a fuoco il ritorno economico: Olson e Thjørmøe (2009) dimostrano, con analisi comparativa, che la sponsorizzazione può eguagliare il ROI della pubblicità televisiva, a patto che ci sia coerenza tematica. Jensen e Cobbs (2014) e Jensen et al. (2024) hanno affinato la misurazione econometrica del ROI in contesti sportivi, identificando visibilità, coerenza e continuità come driver principali di efficacia. Nickell e Johnston (2020) propongono una prospettiva attitudinale secondo cui il ritorno emotivo e valoriale è centrale nel potenziale della sponsorizzazione. Lee e Yoon (2021) confermano l'efficacia della sponsorizzazione culturale nel rafforzare l'intenzione d'acquisto, attraverso il miglioramento dell'immagine del *brand*. Infine, Lisanti (2024) colloca la sponsorizzazione culturale all'incrocio tra economia e diritto, interpretandola come forma contrattuale ibrida con implicazioni rilevanti per la definizione di policy pubbliche e governance collaborativa.

Tabella 3. Principali modelli e analisi per la stima dell'efficacia della sponsorizzazione

Contributo	Scopo	Metodologia	Risultati	Implicazioni
Meenaghan (1983)	Definire la sponsorizzazione commerciale a livello concettuale	Analisi teorica e casi empirici	Evidenziata l'importanza della visibilità del brand	Consolida il valore aziendale della notorietà per mezzo della sponsorizzazione
Crimmins e Horn (1996)	Valutare l'efficacia della sponsorizzazione nei confronti dei consumatori	Studio empirico con ANOVA su dati di brand awareness	Sponsorship aumenta la considerazione positiva verso il brand cementando la reputazione	Collega la sponsorizzazione culturale a un miglioramento della reputazione aziendale
Cornwell e Maignan (1998)	Raccogliere e sistematizzare ricerche sulla sponsorizzazione	Revisione sistematica	Sintesi coerente sugli effetti su brand awareness, immagine e vendite	Definisce agenda per futuri studi empirici sulla sponsorizzazione
Simonin e Ruth (1998)	Studiare l'effetto di spillover tra sponsor e eventi	SEM (Structural Equation Modeling)	Effetti positivi sulle attitudini del consumatore in presenza di percepita congruenza culturale	Conferma la rilevanza di allineamento percettivo tra brand e evento
Cornwell et al. (2001)	Investigare le percezioni manageriali sugli impatti della sponsorizzazione	Survey manager, analisi descrittiva e fattoriale (PCA)	Sponsorship vista come leva strategica crescente nella brand equity	Sottolinea l'integrazione della sponsorizzazione nel valore del marchio aziendale

Tabella 3 (continua). Principali modelli e analisi per la stima dell'efficacia della sponsorizzazione

Contributo	Scopo	Metodologia	Risultati	Implicazioni
O'Hagan e Harvey (2000)	Analizzare le ragioni che spingono le imprese a sponsorizzare eventi artistici	Survey e classificazione delle motivazioni	Sponsorship usata per visibilità, responsabilità sociale e vantaggi fiscali	Evidenza che fattori normativi e benefici tributari influenzano le decisioni di sponsorizzazione
Gwinner e Swanson (2003)	Verificare relazione tra sponsorizzazione, identificazione dei fan e fedeltà	Regressione logistica su dati longitudinali	Congruenza tra sponsor e evento è predittiva forte di fedeltà del pubblico	Rafforza la centralità della coerenza culturale nei programmi di sponsorizzazione
Walliser (2003)	Aggiornare conoscenze a seguito dell'aumento delle ricerche sulla sponsorizzazione	Meta-analisi quantitativa di oltre 50 studi	Viene modellata una relazione integrata tra awareness, immagine e atteggiamento	Porta a tecniche strategiche per il mix comunicativo combinato alla sponsorizzazione
Olson e Thjøemøe (2009)	Valutare il valore economico della sponsorizzazione rispetto alla pubblicità TV	Analisi comparativa econometrica	La sponsorizzazione può generare un ROI paragonabile o superiore alla pubblicità TV se c'è coerenza culturale	Sostiene che congruenza tematica è elemento chiave per massimizzare il ritorno economico della sponsorizzazione
Jensen e Cobbs (2014)	Stimare economicamente il ritorno dall'investimento in sponsorizzazione sportiva	Modello econometrico su dati di brand exposure e ROI	ROI spiegato da visibilità, coerenza e livello di investimento	Offre strumenti quantitativi per giustificare economicamente la sponsorizzazione
Nickell e Johnston (2020)	Valutare ROI attitudinale delle sponsorizzazioni	Survey e analisi statistica avanzata	ROI dipende dalla componente emozionale e valoriale del brand	Suggerisce che misurazioni attitudinali arricchiscono il valore strategico della sponsorizzazione
Lee e Yoon (2021)	Misurare impatto della sponsorizzazione culturale sull'intenzione di acquisto	SEM con consumer survey	La sponsorizzazione culturale ben gestita migliora significativamente l'immagine del brand	Conferma ruolo della sponsorizzazione culturale come leva di marketing
Jensen et al. (2024)	Analizzare determinanti strategiche dell'efficacia delle sponsorizzazioni	Modello econometrico internazionale	ROI influenzato da continuità, visibilità e coerenza strategica	Fornisce struttura generale applicabile anche alla sponsorizzazione culturale
Lisanti (2024)	Analizzare ruolo normativo ed economico della sponsorizzazione culturale	Analisi giuridico-economica	La sponsorizzazione vista come forma contrattuale ibrida	Indica la necessità di chiarezza normativa per incentivare l'adesione delle imprese

3. Il modello proposto

La valutazione ex-ante dell'efficacia in termini di sostenibilità finanziaria dei risultati di una campagna di sponsorizzazione in ambito culturale è un'operazione generalmente complessa a causa di molteplici fattori. Innanzitutto, i ritorni economici risultano incerti e difficili da prevedere. In secondo luogo, è spesso complicato isolare gli effetti della sponsorizzazione da quelli derivanti da altre strategie di marketing. Inoltre, non sono state definite metriche universalmente riconosciute in grado di misurare gli impatti culturali ed economici delle campagne di sponsorizzazione. L'insieme di questi fattori rende complessa l'implementazione di un'analisi costi-benefici ex-ante, anche per via della natura intangibile e reputazionale dei benefici (Cornwell e Maignan, 1998; Pham, 1991). A causa di suddette limitazioni, molte imprese sponsor preferiscono ricorrere a tecniche di valutazione ex-post che utilizzano dati reali misurati al termine della campagna di sponsorizzazione. Tra i principali strumenti di raccolta dati, i più utilizzati sono il sondaggio, il *focus groups*, l'intervista e lo studio sperimentale (Cornwell e Maignan, 1998; Graziuso G. et al., 2020). Nonostante la riconosciuta validità di tali strumenti, essi presentano alcune importanti limitazioni quali *bias* cognitivi, soggettività nelle risposte, elevati costi di somministrazione ed analisi e difficile correlazione causale tra l'efficacia della sponsorizzazione e i risultati d'impresa. Dunque, è chiaro come sia i modelli ex-ante sia quelli ex-post presentino dei limiti significativi (Cornwell e Maignan, 1998; Pham, 1991). Ration per cui, si rende necessario il ricorso ad approcci quantitativi più rigorosi, capaci da un lato di produrre stime affidabili di sostenibilità finanziaria ed impatti attesi (modelli ex-ante), e dall'altro garantire misurazioni oggettive e prive di distorsioni dei risultati monetari ottenuti (modelli ex-post). In particolare, nonostante i loro limiti strutturali, i modelli ex-ante possono rivelarsi utili alle imprese sponsor se in grado di offrire una valutazione razionale per orientare le decisioni d'investimento, stimare i potenziali ritorni e minimizzare i rischi. In tale direzione si colloca l'approccio inizialmente sviluppato da Bucci et al. (2003), il quale, sebbene di natura esclusivamente teorica, ha fornito una base economico-matematica per la determinazione ottimale del budget da destinare ad attività di sponsorizzazione culturale. Tale modello è stato successivamente ripreso e rielaborato dagli autori del presente studio, che ne hanno proposto una versione applicata ad un reale caso studio (Dolores et al., 2020) esplicitando le condizioni operative. Il presente lavoro si inserisce in questa linea di ricerca proponendo una nuova applicazione del modello, ulteriormente rielaborata rispetto alla precedente con l'obiettivo di ampliarne la flessibilità e la generalizzabilità. Il modello proposto è articolato nelle fasi illustrate in Figura 1.

Le principali innovazioni introdotte riguardano: (i) la rimozione dell'ipotesi di impresa monoprodotto, rendendo il modello adatto anche a contesti multiprodotto e più aderente alla struttura delle grandi imprese; (ii) la normalizzazione del prezzo unitario dei beni prodotti ad 1, trasformando di fatto l'impresa in un soggetto che genera direttamente ricavi in termini monetari, indipendentemente dalla tipologia, dalla quantità e dai livelli di prezzo dei beni/servizi offerti; (3) la possibilità di applicazione del modello ad imprese di grandi dimensioni (ossia con oltre 250 dipendenti, fatturato superiore a 50 milioni di euro o totale di bilancio superiore a 43 milioni di euro, ai sensi della Raccomandazione 2003/361/CE recepita in Italia con D.M. 18 aprile 2005); (4) la riduzione dell'orizzonte temporale d'analisi da 20 a 10 anni, soluzione che migliora l'accuratezza previsionale e riduce l'impatto dell'incertezza, rendendo le stime più attendibili in un contesto economico soggetto a rapide evoluzioni. Coerentemente con l'applicazione precedente (Dolores et al., 2020) e diversamente dal modello teorico originale (Bucci et al., 2003), anche in questo studio l'analisi dinamica è condotta discretizzando le variabili rilevanti, in modo da facilitare la computazione e mantenere la piena compatibilità con dati reali ed osservabili. Complessivamente, queste modifiche si giustificano con l'intento di rendere il modello più agile, adattabile a un numero maggiore di contesti aziendali, e capace di fornire indicazioni operative più solide, mantenendo al contempo una rigorosa coerenza matematica. Le fasi del modello proposto sono descritte nei paragrafi a seguire.

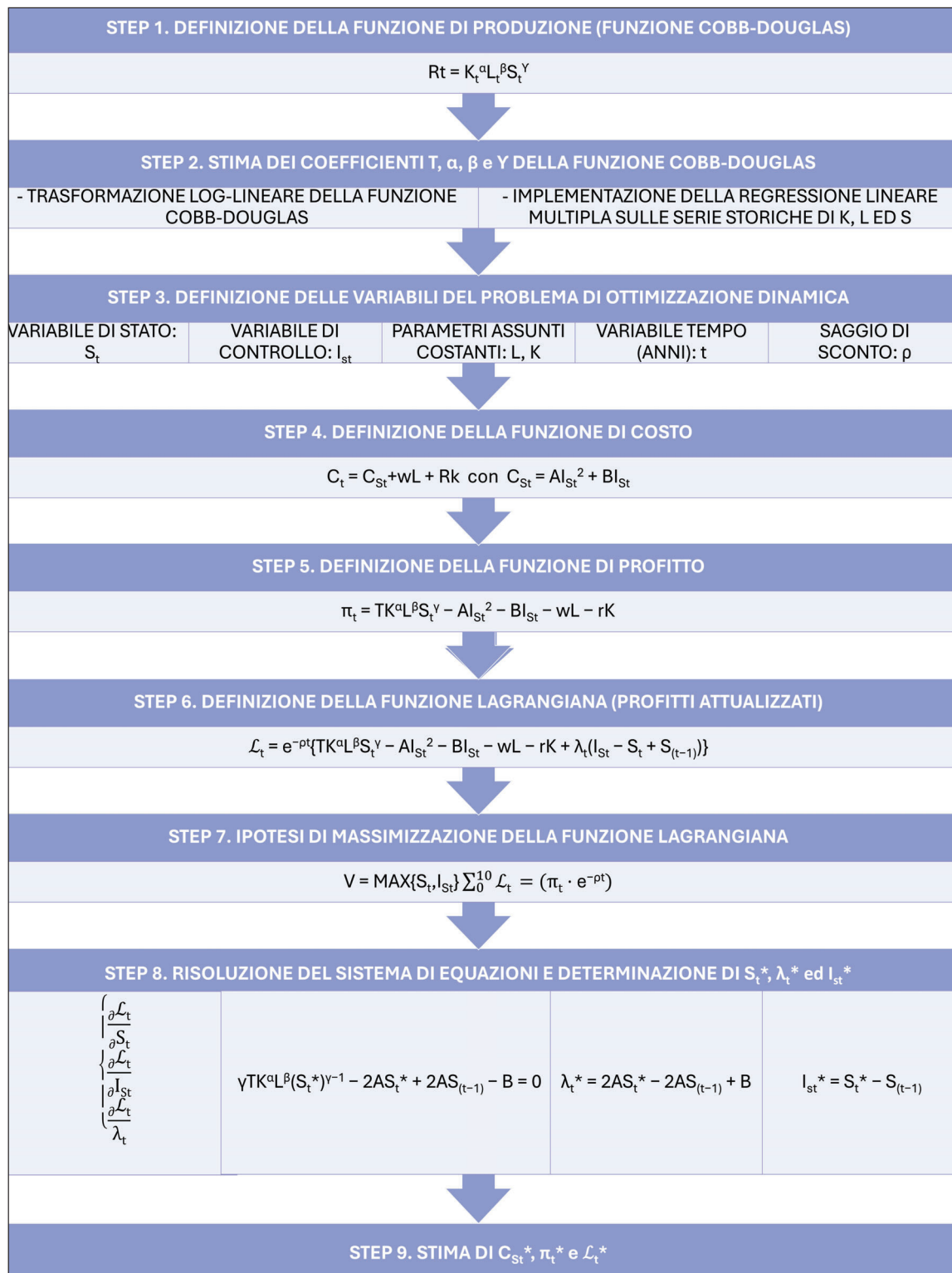


Figura 1. Flussogramma rappresentativo delle fasi del modello.

3.1 Definizione della funzione di produzione

In accordo con gli studi precedenti (Bucci et al., 2003; Dolores et al., 2020), si assume valida la seguente funzione di produzione Cobb-Douglas a tre fattori di produzione (Cobb e Douglas, 1928):

$$R_t = TK_t^\alpha L_t^\beta S_t^\gamma \quad (1)$$

In suddetta equazione, per ogni anno t dell'orizzonte temporale di riferimento si indicano con R_t i ricavi d'impresa, con K_t il fattore produttivo capitale (immobilizzazioni aziendali), con L_t il fattore produttivo lavoro (misurato come numero di dipendenti) e con S_t un fattore produttivo immateriale rappresentativo del numero di sponsorizzazioni di interventi di restauro realizzate fino all'istante t di valutazione. La costante $T > 0$ rappresenta il progresso tecnologico dell'impresa, ovvero l'efficienza d'impiego simultaneo dei tre fattori produttivi. Infine, le costanti $\alpha > 0$, $\beta > 0$ e $\gamma > 0$ rappresentano l'elasticità di produzione (rendimenti marginali) rispettivamente di K_t , L_t ed S_t (Cobb e Douglas, 1928). Tutte le costanti della funzione di produzione sono state stimate secondo i criteri descritti nella fase seguente. S_t rappresenta un indicatore (proxy) dell'esposizione/reputazione accumulata dall'impresa tramite le sponsorizzazioni fino all'anno t (ad es. numero di interventi o intensità/spesa cumulata). Il coefficiente associato a S_t nella stima indica la variazione attesa dei ricavi al variare di S_t , *ceteris paribus* (capitale, lavoro, ecc.). A titolo esemplificativo, un coefficiente pari a 0,20 implica che un +10% di S_t si associa a circa +2% di ricavi, a parità di altre condizioni. Tale relazione è associativa e va letta come contribuzione marginale attesa, non come evidenza di nesso causale pieno, poiché ulteriori fattori non osservati possono concorrere all'andamento dei ricavi. Inoltre, K_t coincide con le immobilizzazioni aziendali iscritte a bilancio e comprende sia le immobilizzazioni materiali sia le immobilizzazioni immateriali (incluso, ove presente, l'avviamento), al netto della componente di sponsorizzazione trattata separatamente da S_t . In tal modo K_t assorbe anche gli effetti strutturali e persistenti sul fatturato riconducibili agli asset immateriali (marchi, diritti, software, R&D capitalizzata, avviamento) e, per la parte eventualmente capitalizzata, agli investimenti pubblicitari diversi dalla sponsorizzazione. Ciò riduce il rischio di variabili omesse, poiché una quota rilevante dei driver intangibili di performance è già incorporata in K_t ; di conseguenza, il coefficiente associato a S_t risulta meno esposto a sovrastima, mantenendo la funzione del modello come tool ex-ante di budget-setting sotto ipotesi trasparenti. Le spese correnti di marketing/pubblicità non capitalizzate restano, per definizione, fuori da K_t ; gli effetti di lungo periodo da esse generati possono tuttavia riflettersi indirettamente nelle poste immateriali (ad esempio, nell'avviamento), contribuendo ulteriormente alla mitigazione di eventuali bias.

3.2 Stima dei coefficienti T , α , β e γ della funzione Cobb-Douglas

I parametri T , α , β e γ sono stati stimati grazie alla proprietà di log-linearità della funzione Cobb-Douglas. Tale proprietà si riferisce al fatto che, considerando il logaritmo naturale della funzione, si ottiene una relazione lineare tra il logaritmo dell'output e il logaritmo degli input. Quindi, è possibile passare dalla (1) all'equazione seguente:

$$\ln R_t = \ln T + \alpha \ln K_t + \beta \ln L_t + \gamma \ln S_t \quad (2)$$

La log-linearità rende la Cobb-Douglas particolarmente utile per analisi econometriche. Nel caso in esame, tale proprietà consente di stimare facilmente i parametri T , α , β e γ tramite regressione lineare multipla una volta note le serie storiche di R_t , K_t , L_t ed S_t (Coulilaly et al., 2024).

3.3 Definizione delle variabili del problema di ottimizzazione dinamica

Stimati i parametri T , α , β e γ caratterizzanti la funzione Cobb-Douglas e noti i valori che R_t , K_t , L_t ed S_t assumono nell'istante della valutazione ($t = 0$), è opportuno definire le caratteristiche delle principali variabili del modello secondo le modalità previste dalla teoria del controllo ottimo dinamico.

Per garantire una prudente lettura dei risultati, è opportuno esplicitare le seguenti assunzioni:

- *Ceteris paribus*: capitale e lavoro sono stabili sull'orizzonte di simulazione per isolare il contributo marginale condizionato della sponsorizzazione. L'assunzione è giustificata da due elementi: (i) nel breve periodo K e L sono grandezze stabili per via dei costi di aggiustamento e dei tempi tecnici di investimento/assunzione (ad esempio, iter autorizzativi, cicli CAPEX, contrattualistica), come riconosciuto dalla letteratura sui costi di aggiustamento (Cooper et al., 1999; Bond e Söderbom, 2007); (ii) il focus del paper è un tool utile al budget-setting annuale, per cui l'interesse è valutare l'effetto marginale della sola leva "sponsorizzazione" a parità di dotazione produttiva. L'ipotesi va quindi intesa come condizione locale attorno all'assetto osservato (K_0, L_0) , coerente con l'interpretazione marginale delle elasticità nella Cobb-Douglas. D'altronde, in presenza di shock straordinari su K o L (ad esempio, M&A, aperture/chiusure di siti, ristrutturazioni) il modello va ricalibrato; in assenza di tali discontinuità, la lettura dei risultati come *upper bound* informativo risulta appropriata per la pianificazione.
- Assenza di *shock* non modellati: non sono incluse nel modello proposto variabili quali innovazione, prezzi, internazionalizzazione e campagne di marketing diversi dalla sponsorizzazione; pertanto, i risultati vanno letti come *upper bound* informativo. La scelta è ragionevole in un esercizio ex-ante; tali fattori saranno oggetto di analisi ex-post e di sensibilità in sviluppi futuri della ricerca. Si evidenzia, tuttavia, che nel setting proposto K_t coincide con le immobilizzazioni di bilancio: ciò significa che include al suo interno sia asset materiali sia immateriali (quali marchi, software, R&D capitalizzata, avviamento), al netto della componente di sponsorizzazione trattata separatamente da S_t . Ne consegue che la gran parte delle poste immateriali non riconducibili alla sponsorizzazione è assorbita da K_t , non da S_t . Ciò riduce il rischio di variabili omesse e limita la possibilità di sovrastimare l'effetto associato alla sponsorizzazione. S_t rimane una proxy dell'esposizione reputazionale specifica derivante dalle sponsorizzazioni.
- *Scopo upper bound informativo per il budget-setting (non causale)*. Il modello restituisce una politica ottimale di spesa data la struttura ipotizzata, non una stima causale ex-post: è dunque adeguato come strumento di pianificazione (impresa e pubbliche Amministrazioni) e come base per successivi test empirici.

Le principali variabili del problema di ottimizzazione possono essere classificate come illustrato a seguire:

- *Variabile di stato*: rappresenta lo stato del sistema economico in ogni istante temporale t e non può essere scelta o modificata dall'analista. È in genere una grandezza espressa in termini assoluti non essendo riferita all'unità di tempo (variabile *stock*). Nel caso in esame, S_t è la variabile di stato del problema. Si ricorda che essa rappresenta il numero di sponsorizzazioni (*stock*) realizzate nel tempo fino all'istante t . La sua evoluzione è descritta da una legge di moto;
- *Variabile di controllo*: rappresenta quella variabile che può essere scelta o modificata dall'analista. È in genere una grandezza riferita all'unità di tempo (variabile *flusso*). Nel caso in esame, si introduce quale variabile di controllo l'investimento in sponsorizzazione I_{S_t} , che rappresenta il numero di nuove sponsorizzazioni da realizzare nell'istante t ;
- *Parametri assunti costanti*: in alcuni problemi di ottimizzazione dinamica può risultare utile mantenere costanti determinate variabili al fine di semplificare l'analisi ed isolare gli effetti di specifici fattori decisionali. Nel caso in esame, l'analisi è condotta secondo l'assunzione *ceteris paribus*, poiché l'obiettivo è valutare come varia il profitto al variare dell'investimento in sponsorizzazione. Per tale ragione, si considerano costanti le variabili K (immobilizzazioni) ed L (lavoro), ipotizzando che la dimensione aziendale in termini di *asset* e numero di dipendenti rimanga invariata nel tempo. Anche i parametri caratteristici della funzione Cobb-Douglas (T , α , β e γ) sono supposti costanti nel tempo;

- *Variabile tempo*: numero di anni t compreso tra 0 e 10. Al tempo 0 avviene la valutazione ex-ante del programma di sponsorizzazione culturale;
- *Saggio di sconto*: tasso attraverso cui si attualizzano i flussi di cassa futuri dell'impresa sponsor, traducendoli in termini di valore corrente. Nel presente contributo è indicato con ρ ;
- *Fattore di sconto*: moltiplicatore, calcolato a partire dal saggio ρ , usato per attualizzare i flussi di cassa futuri. È indicato con $e^{-\rho t}$.

Come anticipato, la variabile di stato è definita in ogni istante t da una legge di moto, che può essere facilmente ricondotta alla seguente equazione:

$$S_t = S_{t-1} + I_{St} \rightarrow I_{St} = S_t - S_{t-1} \rightarrow I_{St} - S_t + S_{t-1} = 0 \quad (3)$$

Dalla (3) si evince come lo stock S_t di sponsorizzazioni al tempo t sia pari alla somma dello stock S_{t-1} di sponsorizzazioni al tempo $t-1$ con le nuove sponsorizzazioni I_{St} realizzate al tempo t (Kamien e Schwartz, 2012).

3.4 Definizione della funzione di costo

La funzione C_t , rappresentativa dei costi totali di produzione, è stata definita nel modo seguente:

$$C_t = C_{St} + rK + wL \quad (4)$$

In suddetta equazione, si indicano con C_{St} i costi totali di sponsorizzazione, con rK il costo del fattore produttivo capitale e con wL il costo del fattore produttivo lavoro. A loro volta, i costi totali di sponsorizzazione sono rappresentati dalla seguente equazione:

$$C_{St} = AI_{St}^2 + BI_{St} \quad (5)$$

Nella (5) la componente BI_{St} rappresenta i costi diretti della sponsorizzazione. Essa include non solo i costi sostenuti per la progettazione e realizzazione materiale degli interventi di restauro, ma anche quelli legati alla comunicazione e alla visibilità pubblica dell'iniziativa: spese per materiali promozionali, progettazione e installazione di pannelli informativi presso il sito restaurato, pubblicità, e acquisizione di eventuali diritti contrattuali accessori. B rappresenta il costo diretto unitario della sponsorizzazione, che si manifesta quando nell'anno t l'investimento in sponsorizzazione corrisponde ad un solo intervento di restauro (cioè, quando $I_{St} = 1$). Diversamente, la componente AI_{St}^2 rappresenta i costi di aggiustamento della sponsorizzazione. Questo termine cattura la non linearità crescente dei costi legati all'espansione dell'attività di sponsorizzazione. Infatti, i costi di aggiustamento aumentano più che proporzionalmente rispetto alla quantità di investimento aggiuntivo I_{St} . In pratica, ogni nuova sponsorizzazione comporta una crescente complessità gestionale e organizzativa, che richiede nuove risorse dedicate. Queste spese includono: l'organizzazione di eventi collaterali (inaugurazioni, conferenze stampa), la realizzazione di piani di comunicazione, la consulenza di esperti in *marketing* e pubbliche relazioni, la formazione interna del personale addetto, e infine, le attività di monitoraggio e valutazione dei risultati della sponsorizzazione. Man mano che aumentano le iniziative sponsorizzate, si generano effetti di congestione operativa: ogni progetto necessita di una propria struttura amministrativa, legale e finanziaria, difficilmente condivisibile con altri, il che fa aumentare i costi marginali in misura superiore all'investimento incrementale. Il parametro A indica il costo unitario di aggiustamento (cioè il costo addizionale quando $I_{St} = 1$).

La distinzione tra costi diretti e costi di aggiustamento è coerente con quanto emerso in letteratura: Cooper et al. (1999) mostrano che gli investimenti comportano costi crescenti legati all'espansione, mentre Bond e Söderbom (2007) evidenziano l'importanza di includere tali costi nei modelli di produzione per riflettere fedelmente i vincoli aziendali nelle decisioni di investimento.

3.5 Definizione della funzione di profitto

Definita la funzione dei ricavi (funzione di produzione) e quella di costo, è possibile scrivere la funzione di profitto, indicata con π_t , nella forma seguente:

$$\pi_t = TK_t^\alpha L_t^\beta S_t^\gamma - AI_{St}^2 - BI_{St} - rK - wL \quad (6)$$

Tale funzione ha una rilevanza fondamentale dal momento che l'obiettivo del modello è stimare il budget ottimale C_{st}^* che l'impresa sponsor deve investire in ogni anno $0 < t < 10$ per massimizzare la sommatoria dei profitti futuri attualizzati.

3.6 Definizione della funzione Lagrangiana rappresentativa dei profitti attualizzati

Per la risoluzione del problema di ottimizzazione si è fatto ricorso al metodo dei moltiplicatori di Lagrange (Zhai, 2025; Glötzl et al., 2019). Tale metodo consiste nell'individuare una funzione ausiliaria, detta funzione lagrangiana $\mathcal{L}_t$, definita come segue nella sua forma più elementare:

$$L = f(x) + \lambda g(x) \quad (7)$$

dove:

- $f(x)$ è la funzione obiettivo (da massimizzare o minimizzare);
- $g(x) = 0$ è la funzione di vincolo da rispettare;
- λ è il moltiplicatore di Lagrange, variabile ausiliaria necessaria per la risoluzione del problema.

Nel caso in esame, la funzione lagrangiana assume la forma seguente:

$$L_t = e^{-\rho t} \pi_t + \lambda_t e^{-\rho t} [I_{St} - S_t + S_{t-1}] \quad (8)$$

Nella (8), $e^{-\rho t} \pi_t$ è la funzione dei profitti attualizzati, che rappresenta la funzione obiettivo da massimizzare, mentre $I_{St} + S_t + S_{t-1} = 0$ è la legge di moto, ovvero la funzione di vincolo da rispettare. Inoltre, la funzione lagrangiana può essere esplicitata come segue:

$$L_t = e^{-\rho t} [TK_t^\alpha L_t^\beta S_t^\gamma - AI_{St}^2 - BI_{St} - rK - wL + \lambda_t (I_{St} - S_t + S_{t-1})] \quad (9)$$

È doveroso precisare che il moltiplicatore di Lagrange è una variabile di comodo che esprime il valore marginale del vincolo di bilancio, ovvero il suo prezzo ombra. Si ricorda che il prezzo ombra è una stima del valore reale o implicito di una risorsa, di un bene o di un servizio non correttamente valorizzato dal mercato, oppure non scambiato affatto sul mercato. Il prezzo ombra rappresenta il valore marginale di una risorsa vincolata, al di là del suo prezzo di mercato (quando esiste). Inoltre, coincide con il prezzo che la risorsa avrebbe in un ipotetico mercato perfettamente concorrenziale, privo di sovrapprezzi e distorsioni (Drèze et al, 1987). Nel caso in esame, λ_t rappresenta il prezzo ombra della sponsorizzazione, coincidendo con il valore dell'investimento commisurandolo alla sua effettiva utilità marginale, ovvero ponendolo pari al suo costo opportunità (Vining e Weimer, 2019; Gao, 2022).

3.7 Definizione della funzione obiettivo da massimizzare

È evidente come di fatto la funzione lagrangiana $\mathcal{L}_t$ coincida con la funzione dei profitti attualizzati (funzione obiettivo), essendo il contributo espresso dalla funzione di vincolo pari a zero per sua definizione. In virtù di ciò, l'ipotesi di massimizzazione della funzione obiettivo può essere scritta come segue:

$$V = \text{MAX}_{\{S_t; I_{St}\}} \sum_{t=0}^{10} \mathcal{L}_t = \text{MAX}_{\{S_t; I_{St}\}} \sum_{t=0}^{10} (\pi_t e^{-\rho t}) \quad (10)$$

L'obiettivo è quindi stimare, per ogni t , l'investimento ottimale I_{St}^* capace di massimizzare il valore attuale dei profitti futuri dell'impresa *sponsor*, contribuendo così ad incrementare il valore reddituale dell'impresa e a giustificare economicamente la scelta dell'investimento in sponsorizzazione nell'ambito dei partenariati pubblico-privati culturali.

3.8 Risoluzione del sistema di equazioni e stima di S_t^* , λ_t^* ed I_{St}^*

Al fine di ottenere il massimo valore attuale dei profitti futuri, indicato con V nella (10), è necessario risolvere un sistema di tre equazioni. Tali equazioni possono essere ottenute ponendo pari a zero le derivate parziali della funzione lagrangiana $\mathcal{L}_t$ rispetto alla variabile di stato, alla variabile di controllo e al moltiplicatore di Lagrange:

$$\begin{cases} \frac{\partial \mathcal{L}_t}{\partial S_t} = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}_t}{\partial I_{St}} = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}_t}{\partial \lambda_t} = 0 \end{cases} \quad (11)$$

dove:

Il sistema (11) può essere ridotto alle seguenti equazioni:

$$\begin{cases} YTK^\alpha L^\beta S_t^{*Y-1} - 2AS_t^* + 2AS_{t-1} - B = 0 \\ \lambda_t^* = 2AS_t^* + 2AS_{t-1} - B \\ I_{St}^* = S_t^* - S_{t-1} \end{cases} \quad (12)$$

Il problema di ottimizzazione è risolto una volta calcolato S_t^* a partire dalla prima equazione della (12). Tuttavia, tale equazione non è di facile risoluzione, essendo essa di grado $(Y-1)$. Ciò nonostante, è possibile risolverla in maniera iterativa implementando, per ogni t , la funzione Risolvente di Microsoft Excel. Tale funzione consente di determinare il valore di S_t^* in grado di annullare l'equazione. Ottenuto S_t^* , dalla seconda e dalla terza equazione della (12) è possibile calcolare, sempre per ogni t , il prezzo ombra in condizioni ottimali λ_t^* e l'investimento ottimale I_{St}^* .

3.9 Stima di C_{St}^* , π_t^* ed $\mathcal{L}_t^*$

Determinati S_t^* , λ_t^* e I_{St}^* , dalla (5), dalla (6) e dalla (8) è possibile ottenere C_{St}^* , π_t^* ed $\mathcal{L}_t^*$. Si ricorda che $\mathcal{L}_t^*$ rappresenta il valore attuale dei profitti generati al tempo t investendo in sponsorizzazione il budget ottimale C_{St}^* . Infine, noti i valori di $\mathcal{L}_t^*$ per ogni t , dalla (10) si ottiene il massimo valore reddituale V realizzabile in dieci anni tramite campagna di sponsorizzazione in assunzione *ceteris paribus*.

4. Applicazione del modello e risultati

Il modello descritto è stato applicato ad un caso studio reale riguardante un'impresa privata operante nel settore del lusso. Nell'ultimo decennio, l'impresa in questione ha attivato una serie di interventi di sponsorizzazione culturale finalizzati alla conservazione del patrimonio storico-architettonico italiano. In particolare, tra il 2015 e il 2023 ha finanziato due progetti ubicati nella zona centrale della città di Roma. Per ciascuno di essi sono noti l'importo finanziato, la tempistica di esecuzione e le principali lavorazioni effettuate, in prevalenza riconducibili ad opere architettoniche di restauro conservativo, sistemazione strutturale, accessibilità e valorizzazione fruitiva.

Le informazioni relative agli interventi sono ottenute esclusivamente da fonti pubbliche e istituzionali (comunicati stampa, documenti ufficiali del Ministero della Cultura, Comune e Soprintendenze). In coerenza con l'obiettivo scientifico del contributo, centrato sull'illustrazione e sulla validazione di un modello previsionale replicabile in contesti simili, si è scelto di non riportare

esplicitamente il nome dell'impresa *sponsor* né la denominazione dei monumenti coinvolti. Tale scelta, coerente con una logica di astrazione metodologica, consente di evitare ogni interferenza di natura promozionale e, al tempo stesso, favorisce una più ampia trasferibilità del modello a casi comparabili. La descrizione analitica degli interventi e la provenienza verificabile dei dati garantiscono comunque piena trasparenza e replicabilità dell'analisi. I principali dati di riferimento degli interventi analizzati sono sintetizzati in Tabella 4.

Tabella 4. Informazioni rilevanti sugli interventi di restauro sponsorizzati

Monumento	Inizio lavori	Fine lavori	Importo finanziato	Descrizione lavori
Monumento 1 — Complesso scalinato monumentale	Ottobre 2015	Settembre 2016	Mln € 1,50	Pulitura e riparazione degli elementi in travertino; consolidamento strutturale; miglioramento dell'illuminazione
Monumento 2 — Area archeologica urbana	Maggio 2021	Giugno 2023	Mln € 1,00	Installazione di passerelle sopraelevate e ascensore; sistemazione percorsi; allestimenti espositivi; illuminazione notturna; musealizzazione dell'intero sito

Gli importi finanziati dallo *sponsor* per gli interventi di restauro, riportati in Tabella 4, rappresentano i costi diretti di sponsorizzazione dei due monumenti. Preliminarmente, tali costi sono stati tra loro sommati. Il totale ottenuto è stato quindi ripartito per ciascun anno dal 2015 al 2023 in riferimento agli effettivi anni di competenza dei lavori realizzati. Sempre per ogni t sono stati poi aggiunti i costi di aggiustamento posti pari al 20% dei costi diretti, ottenendo i costi totali di sponsorizzazione. La scelta di stimare i costi di aggiustamento come una quota pari al 20% dei costi diretti trova riscontro in studi empirici su progetti complessi, dove componenti accessorie e di coordinamento risultano frequentemente comprese in un intervallo analogo (Chao, 2008; Enshassi et al., 2005). Al costo totale più basso, verificatosi nell'anno 2023, è stato associato l'investimento unitario $I_{St} = 1$. A partire da esso sono stati proporzionalmente calcolati gli altri investimenti, associandoli ai costi totali di sponsorizzazione verificatisi nei restanti anni (dal 2015 al 2022). Infine, è stato possibile calcolare sulla base della legge di moto, espressa dall'equazione (3), lo stock di sponsorizzazioni S_t accumulato di anno in anno. I risultati ottenuti dall'applicazione dei suddetti passaggi sono presentati in Tabella 5.

Tabella 5. Costi e parametri del modello per gli interventi di restauro sponsorizzati

Anno (t)	Costi diretti di sponsorizzazione (B)	Costi di aggiustamento di sponsorizzazione (A)	Costi totali di sponsorizzazione (C_{St})	Investimento annuo in sponsorizzazione (I_{St})	Sponsorizzazioni realizzate fino all'anno t (S_t)
2015	€ 375.000	€ 75.000	€ 450.000	1,63	1,63
2016	€ 1.125.000	€ 225.000	€ 1.350.000	4,88	6,50
2017	€ 0	€ 0	€ 0	0,00	6,50
2018	€ 0	€ 0	€ 0	0,00	6,50
2019	€ 0	€ 0	€ 0	0,00	6,50
2020	€ 0	€ 0	€ 0	0,00	6,50
2021	€ 307.692	€ 61.538	€ 369.231	1,33	7,83
2022	€ 461.538	€ 92.308	€ 553.846	2,00	9,83
2023	€ 230.769	€ 46.154	€ 276.923	1,00	10,83

Tabella 6. Dati utilizzati per la stima dei parametri T , α , β e Y

t [anni]	R_t [mln €]	K_t [mln €]	L_t [dip]	S_t [n°]
2015	€ 179,64	€ 263,93	357	1,63
2016	€ 214,71	€ 262,06	365	6,50
2017	€ 226,13	€ 268,36	375	6,50
2018	€ 317,92	€ 281,11	388	6,50
2019	€ 352,76	€ 670,42	410	6,50
2020	€ 264,90	€ 693,96	407	6,50
2021	€ 504,83	€ 709,35	400	7,83
2022	€ 524,41	€ 725,99	413	9,83
2023	€ 641,41	€ 756,77	465	10,83

Successivamente, sono stati estratti i dati di bilancio del periodo 2015-2023, in particolare R_t , K_t ed L_t , dal database AIDA – Analisi Informatizzata delle Aziende Italiane (Bureau van Dijk, 2024). Tali informazioni hanno consentito la stima dei parametri T , α , β e Y tramite regressione lineare multipla. Si ricorda che la retta di regressione è rappresentata dall'equazione (2). In Tabella 6 sono riportati i valori di R_t , K_t , L_t ed S_t dal 2015 al 2023.

A partire dai dati di Tabella 6, sono stati stimati mediante regressione lineare multipla (R^2 corretto = 0,7; significatività $F = 0,03$) i seguenti valori dei parametri rappresentativi della funzione di produzione: $T = 0,36$, $\alpha = 0,22$, $\beta = 2,65$ e $Y = 0,22$.

Altro dato fondamentale per l'implementazione del modello è il saggio di sconto p . Esso è stato stimato mediante il *Weighted Average Cost of Capital* (WACC), assumendo che l'impresa finanzia gli investimenti tramite debito e mantenga stabile il leverage nel periodo di riferimento. Per stimare il coefficiente di rischio sistematico β associato alla sponsorizzazione, si è considerata la duplice natura dell'investimento (promozionale e settoriale) combinando i livelli medi di rischio dei comparti della pubblicità e del settore del lusso, con ponderazione basata sui rispettivi ritorni medi di mercato (Cavallo e Coco, 2022; Berk et al., 2009). In particolare, la struttura finanziaria dell'investimento è stata definita in ottica *narrow*, includendo solo il debito finanziario effettivamente oneroso e lasciando fuori debiti operativi e saldi infragruppo non comprovati come prestiti a interesse. Il costo dell'*equity* è calcolato mantenendo gli input di mercato pubblicati da Damodaran per il 2025 in area euro (Damodaran, 2025).

Il periodo di osservazione considerato, compreso tra il 2015 e il 2023, è stato definito in base alla disponibilità di dati attendibili. In particolare, il 2015 rappresenta il primo anno per il quale si dispone di informazioni documentate relative a iniziative di sponsorizzazione da parte dell'impresa sponsor a favore del patrimonio storico-architettonico. Parallelamente, il 2023 costituisce l'ultimo esercizio per cui è disponibile un bilancio completo. Tali circostanze giustificano la scelta di circoscrivere a questo intervallo temporale i dati riportati in Tabella 5 e Tabella 6. A questo punto sono stati ricavati tutti i dati necessari per l'implementazione del modello. Si assume quale istante iniziale della valutazione il primo gennaio del 2024. Si presuppone che gli investimenti futuri da realizzare siano posticipati, ovvero che il costo di sponsorizzazione sia sostenuto al termine di ciascun anno. I dati di partenza del problema di ottimizzazione sono riportati in Tabella 7.

A partire dai dati di Tabella 7 sono state applicate le equazioni (12), (5), (6) e (8) per la risoluzione del problema. Così facendo, è stato possibile ottenere i valori di S_t^* , λ_t^* , I_{St}^* , C_{St}^* , π_t^* e $\mathcal{L}_t^*$. Si ricorda che, per ogni $0 < t < 10$, la variabile S_t è stata determinata risolvendo la prima equazione del sistema (12) tramite la funzione risolutore di Microsoft Excel. I risultati del modello di ottimizzazione sono riportati in Tabella 8. Il modello mostra che un investimento cumulato di € 158,23 milioni in dieci anni consente di massimizzare i profitti attualizzati (€ 4.178 milioni) fino alla soglia ottimale di 88

sponsorizzazioni simili a quella dell'anno 2023 (dal costo pari a circa € 280.000). I risultati di Tabella 8 sono oggetto di discussione approfondita nella sezione seguente. Appare opportuno evidenziare come i valori illustrati a seguire vadano interpretati come indicazioni per il budget-setting, coerenti con le ipotesi del modello.

Tabella 7. Dati di partenza del problema di ottimizzazione dinamica

K_0	L_0	S_0	R_0	A	B
[mln €]	[dip.]	[n°]	[mln €]	[€]	[€]
756,8	465	10,83	641,4	230.769	46.154
rK_0	wL_0	C_0	C_{S0}	R	W
[mln €]	[mln €]	[mln €]	[mln €]	[%]	[€]
259,5	58,3	350	32,3	34	125.376
π_0	ρ	α	B	Y	T
[mln €]	[%]	[-]	[-]	[-]	[-]
291,3	4,2	0,22	2,65	0,22	0,36

Tabella 8. Risultati del problema di ottimizzazione dinamico

t [anni]	S_t^* [n°]	R_t^* [mln €]	λ_t^* [mln €]	I_{St}^* [n°]	C_{St}^* [mln €]	π_t^* [mln €]	$\mathcal{L}_t^*$ [mln €]
1	25	751,04	6,54	14	46,37	354,85	340,01
2	36	811,26	4,95	11	26,58	434,86	399,27
3	44	851,61	4,16	9	18,72	483,06	424,98
4	52	882,13	3,66	8	14,52	517,79	436,49
5	59	906,79	3,31	7	11,90	545,07	440,28
6	66	927,53	3,05	7	10,11	567,59	439,31
7	72	945,46	2,85	6	8,80	586,83	435,21
8	78	961,27	2,69	6	7,81	603,64	428,97
9	83	975,44	2,55	5	7,03	618,59	421,22
10	88	988,29	2,43	5	6,39	632,07	412,40
Totale	-	9.000,83	36,20	77	158,23	5.344,35	4.178,14

5. Discussione

Dalla Tabella 8 emerge che, all'aumentare del tempo t l'investimento annuo ottimale I_{St}^* è decrescente, anche se lo stock complessivo di sponsorizzazioni S_t^* è crescente. Risultano crescenti anche i ricavi ottimali R_t^* e i profitti massimi ottenibili π_t^* . Sono invece decrescenti i prezzi ombra delle sponsorizzazioni λ_t^* e l'investimento ottimale C_{St}^* . I profitti attualizzati $\mathcal{L}_t^*$ risultano crescenti fino al quinto anno, per poi diventare decrescenti. La discussione dei risultati è agevolata dalla loro analisi comparata, effettuata attraverso una serie di grafici. Il primo (Figura 2) descrive l'evoluzione nel tempo del budget ottimale (C_{St}^*).

Come anticipato, il budget ottimale presenta un andamento decrescente nel tempo, con investimenti più consistenti nei primi anni per massimizzare i profitti attualizzati. Il budget è decrescente perché l'utilità marginale delle sponsorizzazioni diminuisce per ogni investimento aggiuntivo (Kamien e Schwartz, 2012).

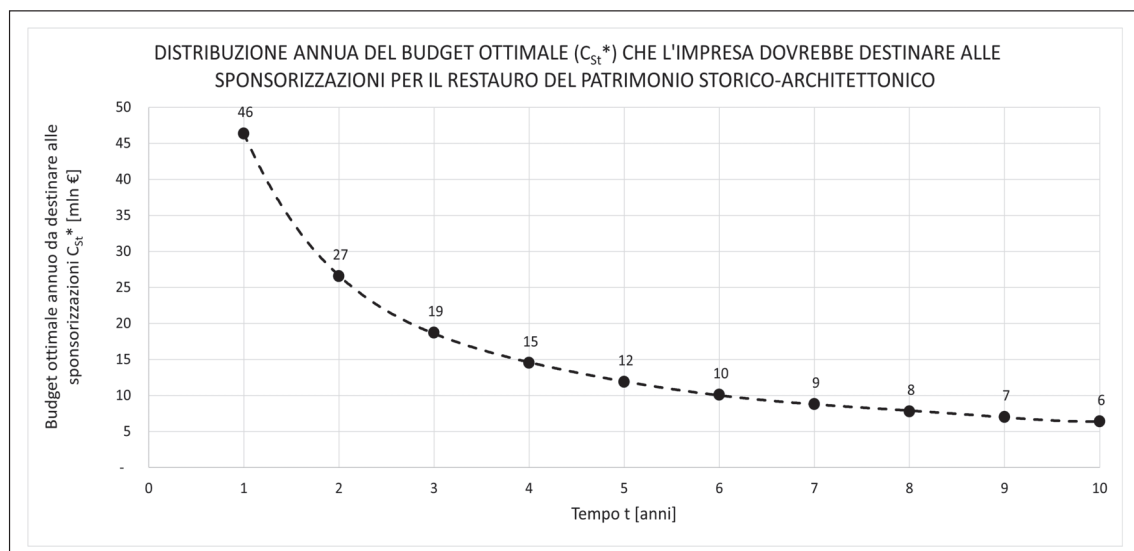


Figura 2. Andamento nel tempo del budget ottimale C_{St}^* da investire in sponsorizzazione.

L'investimento in sponsorizzazione da sostenere entro il primo anno per massimizzare i profitti attualizzati ammonta a circa € 46 milioni, corrispondente al 7,2% del fatturato dell'anno precedente. Una quota elevata ma coerente con le dinamiche del settore del lusso, dove reputazione e legame con il patrimonio culturale sono centrali per il *brand*. Questo impegno iniziale rientra in una strategia promozionale volta a generare visibilità e rafforzare l'immagine aziendale. Negli anni successivi, l'investimento si riduce gradualmente, restando sotto il 3,5% del fatturato, seguendo una logica di consolidamento e mantenimento dei benefici reputazionali attivati. Tali risultati sono in linea con la letteratura di settore. Infatti, secondo le più recenti rilevazioni internazionali, le imprese tendono ad allocare tra il 5% e il 20% del proprio fatturato al budget di marketing, con valore percentuale più frequente del 7,7% registrato per il 2024 (HubSpot, 2024; Deloitte, 2023; Spendesk, 2023; HawkSEM, 2025).

Questo implica che, nel primo anno, l'impresa sponsor dovrebbe destinare una fetta considerevole del proprio budget di marketing a favore della sponsorizzazione culturale, in linea con un'intensa strategia di posizionamento. A partire dal secondo anno, la riduzione dell'investimento è coerente con le evidenze di settore, secondo cui la spesa in sponsorizzazione rappresenta ordinariamente tra il 15% e il 20% del budget di marketing complessivo (IEG Sponsorship Report, 2020; Nielsen Sports, 2018). Se si applicano tali percentuali ad imprese che destinano al marketing tra il 10% e il 20% del fatturato, come accade frequentemente nel settore del lusso, emerge che un investimento in sponsorizzazione culturale pari al 3,5% (o meno) del fatturato risulta del tutto plausibile nelle fasi successive al lancio. In Tabella 9 i costi ottimali di sponsorizzazione sono espressi, per ciascun anno t , come percentuale del fatturato dell'anno precedente.

Tabella 9. Costi ottimali di sponsorizzazione (C_{St}^*) espressi, per ciascun anno t , come percentuale del fatturato dell'anno precedente

t [anni]	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
C_{St}^*/R_{t-1}^* [%i]	7,2	3,5	2,3	1,7	1,3	1,1	0,9	0,8	0,7	0,7

La Figura 3 descrive l'evoluzione nel tempo dei profitti massimi realizzabili (π_t^*). Essi risultano crescenti e concavi, coerentemente con i modelli di investimento a rendimento marginale decrescente ($Y < 1$).

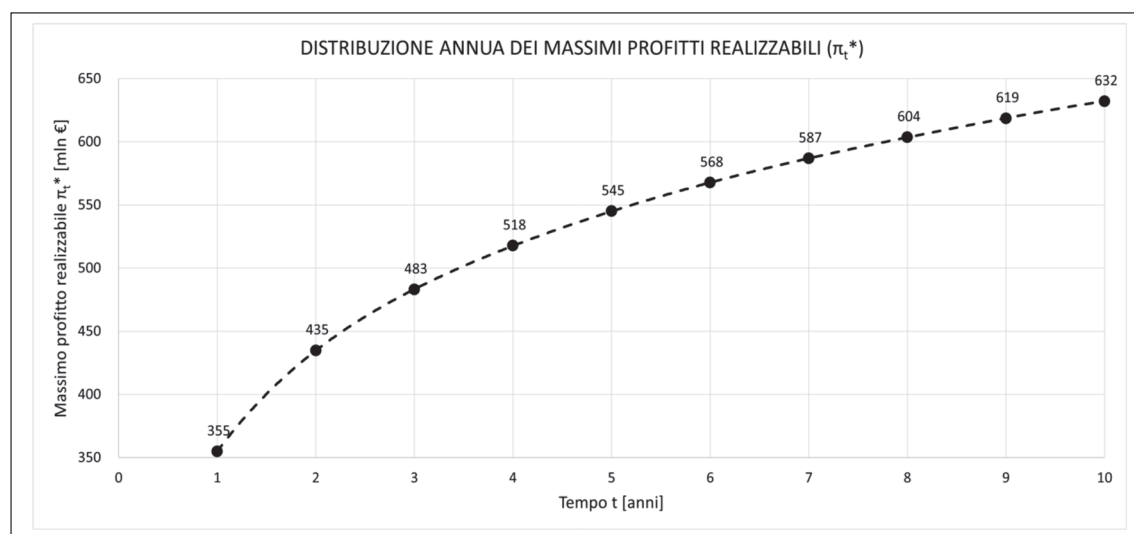


Figura 3. Massimi profitti realizzabili π_t^* investendo negli anni il budget ottimale C_{St}^*

Nello specifico, nei primi anni si osserva un incremento marcato dei profitti, che tende progressivamente a ridursi: ciò riflette il fatto che i ritorni incrementali degli investimenti in sponsorizzazione culturale sono decrescenti nel tempo, come avviene in altri contesti di *marketing* e *public capital investment* (Keller, 2001; Kamien e Schwartz, 2012). Tale andamento è compatibile con la letteratura sul *brand equity building* e sulla comunicazione valoriale nel lusso, dove investimenti iniziali intensi generano notorietà e posizionamento, mentre negli anni successivi l'impresa beneficia degli effetti reputazionali già attivati, richiedendo investimenti minori per ottenere profitti crescenti (Cornwell et al., 2001; Meenaghan, 1983; Keller, 2001).

La Figura 4 descrive l'evoluzione nel tempo dei profitti attualizzati massimi realizzabili ($\mathcal{L}_t^*$). In particolare, il grafico mostra profitti attualizzati crescenti fino al quinto anno, seguiti da un progressivo calo, a conferma che l'efficienza economica delle sponsorizzazioni diminuisce nel tempo per il duplice effetto della legge dei rendimenti marginali decrescenti (Faff et al., 2013) e del processo di attualizzazione (Berk et al., 2009).

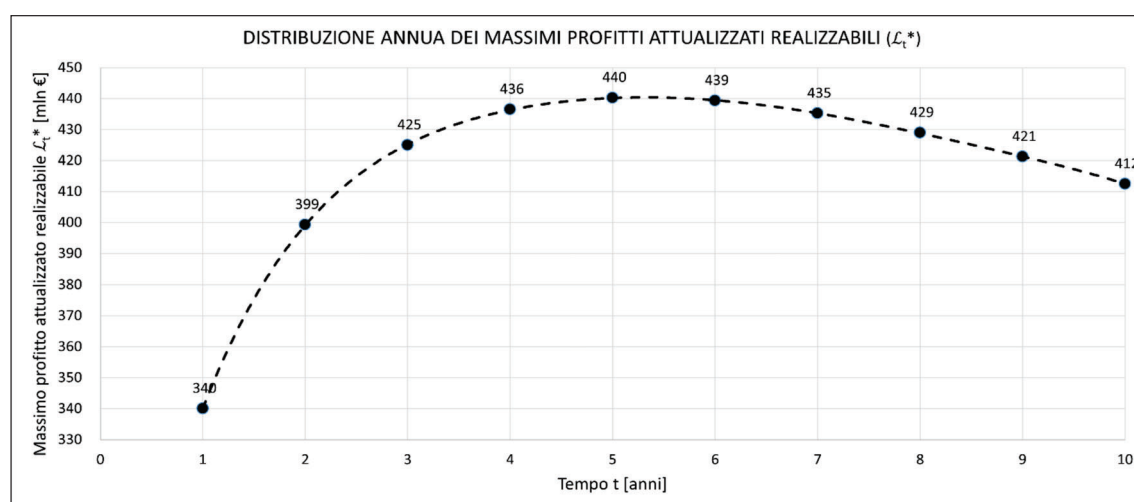


Figura 4. Massimi profitti attualizzati realizzabili $\mathcal{L}_t^*$ investendo negli anni il budget ottimale C_{St} .

La Figura 5 mostra la relazione tra il budget ottimale annuo da destinare alle sponsorizzazioni culturali (C_{St}^*) e il massimo profitto realizzabile (π_t^*) nei vari anni t .

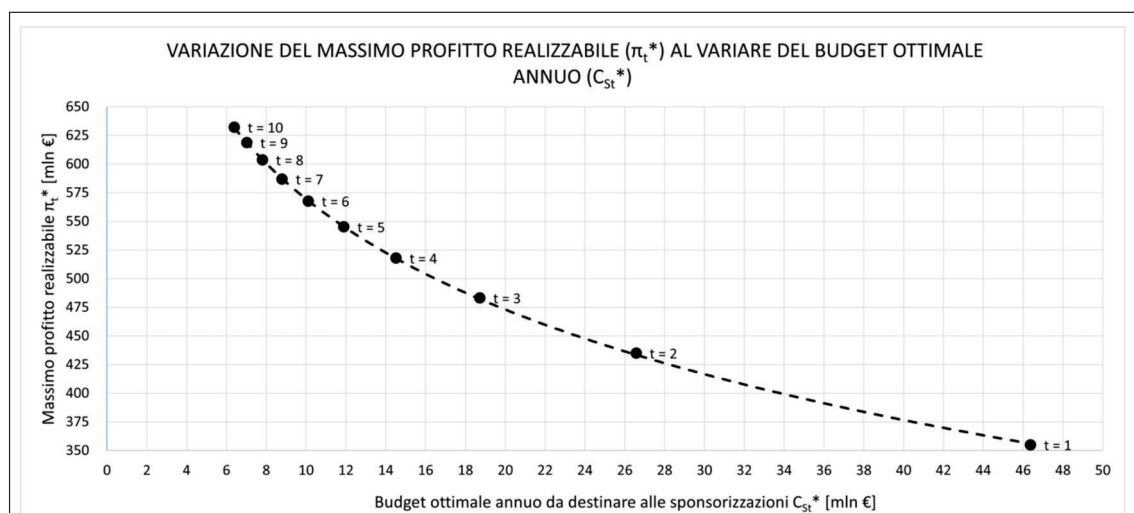


Figura 5. Legge di variazione di π_t^* (massimo profitto realizzabile) al variare di C_{St}^* (budget ottimale).

Il grafico mostra che con il passare del tempo (da $t = 1$ a $t = 10$) l'impresa riduce progressivamente il budget annuo ottimale da destinare alle sponsorizzazioni culturali, passando da circa 46 milioni a meno di 10 milioni. Allo stesso tempo, il massimo profitto realizzabile cresce da 350 a 632 milioni di euro. Questo andamento è coerente con la logica di ottimizzazione dinamica: un investimento elevato iniziale genera un effetto reputazionale duraturo che continua a produrre risultati anche quando la spesa diminuisce. Il fenomeno riflette i rendimenti marginali decrescenti e il valore cumulativo della marca nel tempo, in linea con quanto sostenuto da Sethi e Thompson (2005) e Faff et al. (2013).

Infine, la Figura 6 mostra la relazione tra il budget ottimale annuo da destinare alle sponsorizzazioni culturali (C_{St}^*) e il massimo profitto attualizzato realizzabile ($\mathcal{L}_t^*$) per ciascun anno del programma decennale. Si osserva un andamento non lineare: l'investimento iniziale più alto (primo anno) non genera il profitto attualizzato (e massimizzato) più elevato, che invece si realizza in corrispondenza di un investimento inferiore (quinto anno). Questo risultato è ancora una volta coerente con la legge dei rendimenti marginali decrescenti, per cui per cui ogni euro aggiuntivo investito in sponsorizzazione genera un beneficio inferiore rispetto al precedente (Faff et al., 2013) e con l'effetto dell'attualizzazione finanziaria, che penalizza i flussi di cassa più lontani nel tempo rendendo meno vantaggiosi gli investimenti eccessivamente scontati (Berk et al., 2009). A partire dal quinto anno, l'efficacia dell'investimento mostra un calo: i profitti attualizzati cominciano a ridursi, segnalando un momento critico. Potrebbe essere di ausilio, in questa fase, aggiornare l'analisi e implementare nuovamente il modello con i dati più recenti su costi e produzione, così da rivedere le proiezioni e, eventualmente, prevedere un aggiustamento delle strategie aziendali. A esempio, si potrebbe pensare di ricalibrare le attività di sponsorizzazione orientandosi verso progetti dal valore culturale e mediatico più elevato rispetto a quelli precedenti.

Inoltre, dopo l'anno critico ($t = 5$), diventa fondamentale osservare attentamente l'andamento del saggio di sconto: eventuali variazioni significative richiederebbero un aggiornamento della strategia comunicativa, rendendola più incisiva ed efficace.

Al fine di favorire la replicabilità e la trasparenza del modello, si specifica che y misura la variazione attesa dei ricavi al variare di S_t *ceteris paribus*; rappresenta dunque un *upper bound* informativo per il budget-setting. Per lo stesso scopo, appare opportuno anche evidenziare la presenza di un eventuale *selection bias*: imprese solide e orientate al *brand* tendono a sponsorizzare e a crescere nei ricavi indipendentemente dalla sponsorizzazione. Ciò può indurre endogeneità nella stima del-

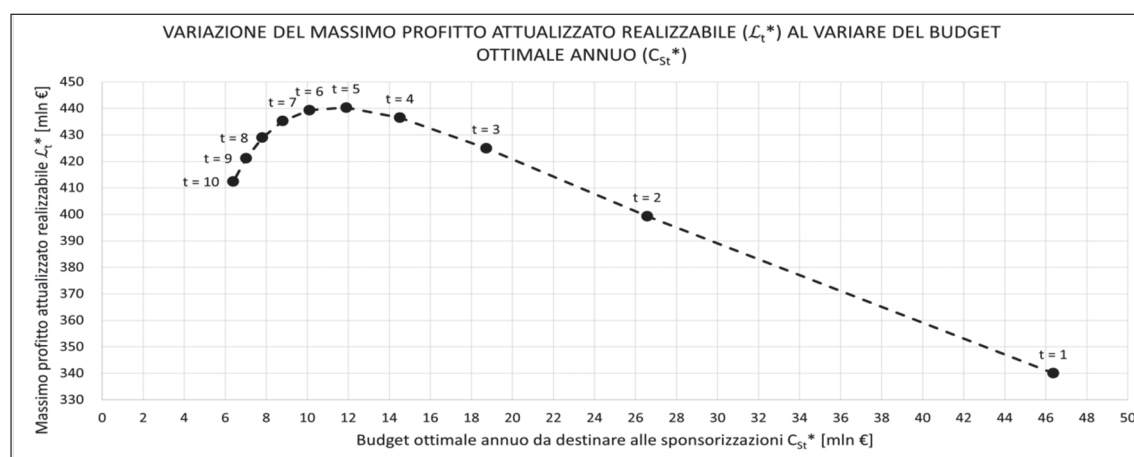


Figura 6. Legge di variazione di L_t^* (massimo profitto attualizzato realizzabile) al variare di C_{St}^* (budget ottimale).

l'effetto associato a S_t . Nel presente lavoro è adottato un approccio utile al budget-setting e alla pianificazione, ossia è stimata la contribuzione marginale condizionata ed è fornita una regola di spesa ottimale sotto vincoli e scenari espliciti, rinviando la prova causale ad analisi ex-post su basi dati granulari (*event study*, differenze nelle differenze, Marketing-Mix Models).

Ancora, si evidenzia che la sponsorizzazione può essere perseguita anche per finalità non strettamente finanziarie (miglioramento di immagine, reputazione, legittimazione sociale, relazioni istituzionali), indipendenti dai ricavi di breve periodo. Poiché il modello proposto massimizza i profitti attualizzati e non incorpora tali utilità extra-finanziarie, il budget ottimale risultante va inteso come soglia prudenziale (margine di sicurezza): è una regola di spesa coerente con la sola sostenibilità finanziaria. Benefici reputazionali ulteriori, se documentati ex-post, potrebbero giustificare livelli d'investimento più alti rispetto a quello suggerito dallo studio e da valutare mediante metriche dedicate.

In conclusione, appare evidente come la tendenza decrescente del budget ottimale abbia rilevanti implicazioni strategiche per entrambi gli operatori pubblico e privato. Dal punto di vista dell'impresa *sponsor*, il modello suggerisce di adottare una strategia pluriennale equilibrata: investimenti iniziali significativi, seguiti da interventi successivi più contenuti e mirati. In tal modo l'azienda può sfruttare gli effetti persistenti delle sponsorizzazioni già effettuate sulla propria immagine e sui ricavi futuri, evitando spese tardive poco efficaci. Per l'amministrazione pubblica disporre di una stima attendibile dell'investimento ottimale sostenibile da parte dello *sponsor* privato consente di calibrare in modo più efficace le richieste economiche in fase di negoziazione, evitando contributi eccessivi che ne comprometterebbero la convenienza. Ciò favorisce una sostenibilità economica condivisa in cui l'impresa ottiene un ritorno adeguato e la collettività beneficia di risorse stabili per la tutela e valorizzazione del patrimonio storico-architettonico.

4. Conclusioni

L'approssimarsi del momento in cui i capitali del PNRR determineranno un costo nel bilancio dello stato, induce a ripensare molti modelli di PPP al fine di aumentare la collaborazione con il capitale umano e finanziario dei privati. La sponsorizzazione, tra questi modelli, rappresenta un efficace strumento di posizionamento del *brand*, capace di rafforzare l'identità aziendale attraverso un legame autentico con la cultura. La sponsorizzazione culturale, infatti, può generare ritorni significativi non solo in termini reputazionali, ma anche economici, incidendo positivamente su ricavi e profitti (Telesetsky, 2010; Voss e Voss, 2000). Sicché, costituisce indubbio canale di interesse per le finanze private captabili dal settore pubblico.

Questo lavoro ha analizzato ex-ante l'impatto finanziario della sponsorizzazione dei lavori di restauro del patrimonio storico-architettonico mediante un modello dinamico che stima il budget

annuo ottimale da destinare all'investimento, con l'obiettivo di massimizzare la sommatoria dei profitti futuri attualizzati. Il modello è stato applicato a un'impresa italiana del settore del lusso, che in passato ha sponsorizzato lavori di restauro a Roma tra il 2015 e il 2023. I risultati mostrano che un investimento decennale di € 158,23 milioni consente di generare un valore reddituale pari a € 4.178 milioni. I risultati indicano come il modello sia in grado di offrire una rappresentazione coerente delle scelte strategiche di investimento culturale dell'impresa, individuando soglie di convenienza e traiettorie ottimali di allocazione. In termini teorici, il contributo avanza una proposta metodologica replicabile, in grado di rafforzare la dimensione quantitativa del dibattito sui partenariati per il patrimonio. Sul piano operativo, offre uno strumento utile per amministrazioni pubbliche e *sponsor* privati, favorendo la trasparenza e l'efficienza nella negoziazione. A livello sociale, il lavoro si inserisce in una prospettiva di *governance* capace di valorizzare la cultura attraverso logiche economiche che generano valore condiviso.

Nonostante la rilevanza dei risultati ottenuti, il lavoro presenta alcuni aspetti che andranno indubbiamente approfonditi, con evidenti possibilità di sviluppi futuri. In primo luogo, il modello è stato applicato in chiave ex-ante: una validazione ex-post, anche su orizzonti temporali più brevi, potrebbe offrire una verifica empirica più solida della sua efficacia predittiva. In secondo luogo, l'analisi è stata condotta assumendo la costanza di alcune variabili (*ceteris paribus*). Tuttavia, nel tempo l'impresa potrebbe subire variazioni strutturali (come cambiamenti nello *stock* di capitale, nuove assunzioni, innovazioni tecnologiche o mutamenti nei mercati di riferimento) in grado di influenzare indirettamente anche l'efficacia della sponsorizzazione. Per questo, un'evoluzione del modello verso una formulazione dinamica più articolata, integrata ad un'analisi di sensibilità, potrebbe permettere di cogliere meglio le interazioni tra sponsorizzazione e variabili quali prezzi, costi delle materie prime, produttività del lavoro e rendimento del capitale. Un'altra semplificazione riguarda l'ipotesi di prezzo normalizzato: l'impresa analizzata produce una varietà di beni, ciascuno con dinamiche di prezzo differenti, potenzialmente influenzate in modo eterogeneo dalla sponsorizzazione. Un'estensione del modello che consideri un sistema multi-prodotto permetterebbe una stima più realistica dell'impatto economico. Inoltre, rispetto al quadro generale della rigenerazione urbana, si configura di sicuro interesse una valutazione complessa dell'effetto volano indotto dagli interventi di recupero e restauro sul patrimonio edilizio circostante, con conseguente aumento dei valori immobiliari e dell'interesse privato ad azioni di valorizzazione fondate su matrici integrate di carattere storico, economico ed ambientale.

Gli spunti emersi aprono a future ricerche volte ad ampliare e affinare il modello, amplificandone la dimensione dinamica, validandone l'applicazione su casi reali ed approfondendo le relazioni tra sponsorizzazione culturale, mercato immobiliare, variabili socio-economiche complesse.

Contributo degli autori

Il lavoro va attribuito in parti uguali agli Autori.

Bibliografia

- Abdou M. (2024). Heritage conservation and the limitation of public-private partnerships. *Cultural Trends*, 33(3), 324–340. <https://doi.org/10.1080/09548963.2023.2189514>
- Almunia M., Güçeri I., Lockwood B. & Scharf K. (2020). More giving or more givers? The effects of tax incentives on charitable donations in the UK. *Journal of Public Economics*, 183, 104114. <https://doi.org/10.1016/j.jpubeco.2019.104114>
- Alshawaaf N. & Lee S.H. (2024). The paradox of corporate sponsorship of arts in the age of austerity. *International Journal of Arts Management*, 26(2). <http://hdl.handle.net/10203/323406>
- An S.N. & An J.S. (2017). The influence of company's culture & arts sponsorship activities on purchase intention of the consumer. *Journal of Korea Society of Industrial Information Systems*, 22(5), 101–111. <https://doi.org/10.5850/JKST.2021.45.3.546>
- Antoniazzi S. (2024). Beni culturali e partenariato pubblico-privato atipico nel Codice dei contratti pubblici. *Federalismi.it*, (8). <https://hdl.handle.net/2108/379483>

- Arnaud C., Attarça M., Davoine B. & Berthomé A. (2017). Role and place of firms in the management of cultural heritage: Case studies of contemporary art foundations François Pinault and Louis Vuitton in France. *Zarządzanie w Kulturze*, 1(1), 22–38. <https://doi.org/10.4467/20843976ZK.17.002.6285>
- Berk J., De Marzo P. & Venanzi D. (2009). *Capital budgeting* (1st ed.). Pearson Paravia Bruno Mondadori. ISBN: 8871925874, 9788871925875
- Bond S. & Söderbom M. (2005). *Adjustment costs and the identification of Cobb–Douglas production functions* (IFS Working Paper No. 05/04). Institute for Fiscal Studies. <https://ifs.org.uk/publications/adjustment-costs-and-identification-cobb-douglas-production-functions>
- Boniotti C. (2023). The public–private–people partnership (P4) for cultural heritage management purposes. *Journal of Cultural Heritage Management and Sustainable Development*, 13(1), 1–14. <https://doi.org/10.1108/JCHMSD-12-2020-0186>
- Bönke T., Massarrat-Mashhadi N. & Sielaff C. (2013). Charitable giving in the German welfare state: Fiscal incentives and crowding out. *German Economic Review*, 14(1), 35–58. <https://doi.org/10.1007/s11127-011-9806-y>
- Bucci A., Castellani M., Figini P. (2003). L'investimento in sponsorizzazione delle imprese: un'analisi economica in termini statici e dinamici. *Rivista di politica economica*, 93, 183–224.
- Bureau van Dijk. (2024). *AIDA – Analisi Informatizzata delle Aziende Italiane* [Data set]. Moody's Analytics. <https://login.bvdinfo.com/R1/AidaNeo>
- Cambra-Fierro J., López-Pérez M.E., Perez L. & Tejada-Tejada M. (2025). Managing public-private partnerships for urban design and regeneration: Lessons learned from the Hermitage Museum Barcelona odyssey. *Cities*, 158, 105714. <https://doi.org/10.1016/j.cities.2025.105714>
- Casado-Molina A.-M., Alarcón-Urbistondo P. & van Riel C.B.M. (2023). Building mutual rewarding sponsor relationships between museums and corporations. *Cultural Trends*, 32(4), 580–599. <https://doi.org/10.1080/09548963.2023.2255836>
- Cavallo L. & Coco G. (2002). La remunerazione del capitale investito nelle imprese soggette a regolazione. *Economia Pubblica*, 32(4), 175–204. https://www.francoangeli.it/riviste/Scheda_rivista.aspx?IDArticolo=18330
- Chao L.C. (2008). Estimation of contractor's project overhead rate as research on building cost. *Building Resilience*, 74. https://scholar.google.com/scholar?hl=it&as_sdt=0%2C5&q=Estimation+of+contractor%E2%80%99s+project+overhead+rate+as+research+on+building+cost.&btnG=
- Cobb C.W. & Douglas P.H. (1928). A theory of production. *The American economic review*, 18(1), 139–165. <https://www.jstor.org/stable/1811556>
- Colbert F., d'Astous A. & Parmentier M. (2005). CONSUMER PERCEPTIONS OF SPONSORSHIP IN THE ARTS. *International Journal of Cultural Policy*, 11(2), 215–228. <https://doi.org/10.1080/10286630500198245>
- Colbert F., Nantel S., Bilodeau S. & Rich J.D. (2001). *Marketing culture and the arts* (2nd ed.). Presses HEC Montréal.
- Cooper R., Haltiwanger J. & Power L. (1999). Machine replacement and the business cycle: Lumps and bumps. *American Economic Review*, 89(4), 921–946. <https://doi.org/10.1257/aer.89.4.921>
- Cornwell T.B. & Maignan I. (1998). An international review of sponsorship research. *Journal of advertising*, 27(1), 1–21. <https://doi.org/10.1080/00913367.1998.10673539>
- Cornwell T.B., Roy D.P. & Steinard E.A. (2001). Exploring managers' perceptions of the impact of sponsorship on brand equity. *Journal of Advertising*, 30(2), 41–51. <https://www.jstor.org/stable/4189177>
- Coulibaly B.D., Chaibi G. & El Khomssi M. (2024). Statistical modeling of the Cobb–Douglas production function: A multiple linear regression approach in presence of stable distribution noise. *Lobachevskii Journal of Mathematics*, 45(3), 1008–1022. <https://doi.org/10.1134/S1995080224600572>
- Crimmins J. & Horn M. (1996). Sponsorship: From management ego trip to marketing success. *Journal of Advertising Research*, 36(4), 11–21. <https://doi.org/10.1080/00218499.1996.12466501>
- Damodaran A. (2025, January). Data: current. https://pages.stern.nyu.edu/~adamodar/New_Home_Page/data.htm

- de Andrade Silva S.R. (2025). Corporate sponsorship as cultural policy: tax incentives in Brazilian contemporary art. *International Journal of Cultural Policy*, 30(4), 1–18. <https://doi.org/10.1080/10286632.2025.2454580>
- Deloitte, Duke University & American Marketing Association. (2023, March). *The CMO Survey: Managing Brand, Growth, and Metrics*. https://cmosurvey.org/wp-content/uploads/2024/03/The_CMO_Survey-Topline_Report-March_2023-20240328-142709.pdf
- Drèze J.P. & Stern N. (1987). The Theory of Cost-Benefit Analysis. In A. J. Auerbach & M. Feldstein (Eds.), *Handbook of Public Economics* (Vol. 2, pp. 909–989). [https://doi.org/10.1016/S1573-4420\(87\)80009-5](https://doi.org/10.1016/S1573-4420(87)80009-5)
- Dolores L., Macchiaroli M. & De Mare G. (2020). A dynamic model for the financial sustainability of the restoration sponsorship. *Sustainability*, 12(4), 1694. <https://doi.org/10.3390/su12041694>
- Dolores L., Macchiaroli M. & De Mare G. (2021). Sponsorship's Financial Sustainability for Cultural Conservation and Enhancement Strategies: An Innovative Model for Sponsees and Sponsors. *Sustainability*, 13(16), 9070. <https://doi.org/10.3390/su13169070>
- Enshassi A., Abdul-Aziz A.R. & El Karriri A. (2005). Investigating the overhead costs in construction projects in Palestine. *Journal of Financial Management of Property and Construction*, 10(1), 71–81. <https://doi.org/10.1108/13664380810882066>
- Faff R., Ho Y., Lin W. & Yap C.-M. (2013). Diminishing marginal returns from R&D investment: Evidence from manufacturing firms. *Applied Economics*, 45(5), 611–622. <https://doi.org/10.1080/00036846.2011.608644>
- Forbes N. & Fresa A. (2016). *Public-private partnerships for cultural heritage: Opportunities, challenges, future steps*. RICHES Project, Think Paper No. 7. https://www.open-heritage.eu/wp-content/uploads/2019/09/rch_thinkpapers_07.pdf
- Gao Y. (2022). Characterizing shadow price via Lagrange multiplier for nonsmooth problem. *Journal of the Operations Research Society of China*, 11(3), 827–838. <https://doi.org/10.1007/s40305-022-00416-6>
- Gerundo R., Marra A., Grimaldi M. (2022). A Preliminary Model for Promoting Energy Communities in Urban Planning. In: Calabrò F., Della Spina L., Piñeira Mantiñán M.J. (eds) *New Metropolitan Perspectives*. NMP 2022. Lecture Notes in Networks and Systems, vol 482. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-031-06825-6_270
- Glötzl E., Glötzl F. & Richters, O. (2019). From constrained optimization to constrained dynamics: extending analogies between economics and mechanics. *Journal of Economic Interaction and Coordination*, 14(3), 623–642. <https://doi.org/10.1007/s11403-019-00252-7>
- Grazioso G., Grimaldi M., Mancini S., Quartieri J., Guarnaccia C. (2020). Crowdsourcing Data for the Elaboration of Noise Maps: a Methodological Proposal. *Journal of Physics: Conference Series* 1603 (2020) 012030. APSAC 2020. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1603/1/012030>
- Grimaldi M., Giordano C., Grazioso G., Barba S., Fasolino I. (2022). A GIS-BIM Approach for the Evaluation of Urban Transformations. A Methodological Proposal. *WSEAS Transactions on Environment and Development*, (18), 247–254. <https://doi.org/10.37394/232015.2022.18.26>
- Gwinner K. & Swanson S. (2003). A model of fan identification: antecedents and sponsorship response. *Journal of Services Marketing*, 17(5), 275–296. <https://doi.org/10.1108/08876040310474828>
- HawkSEM. (2025). *What percentage of revenue should be spent on marketing?* <https://hawksem.com/blog/what-percentage-of-revenue-should-be-spent-on-marketing/>
- HubSpot. (2024, February 27). *How much of your revenue should you spend on marketing?* HubSpot Blog. <https://blog.hubspot.com/marketing/marketing-budget-percentage>
- IEG. (2020). *Sponsorship spending report and forecast*. <https://it.scribd.com/document/552387172/EVERYTHING-ABOUT-SPONSORSHIP>
- Jelinčić D.A., Tišma S., Senkić M. & Dodig D. (2017). Public-private partnership in cultural heritage sector. *Transylvanian Review of Administrative Sciences*, 13(SI), 74–89. <https://doi.org/10.24193/tras.SI2017.5>
- Jensen J. A. & Cobbs J.B. (2014). Predicting return on investment in sport sponsorship: Modeling brand exposure, price, and ROI in Formula One automotive competition. *Journal of Advertising Research*, 54(4), 435–447. <https://doi.org/10.2501/JAR-54-4-435-447>

- Jensen J.A., Cobbs J.B., Mazer A. & Tyler B.D. (2024). Analyzing brand strategy on an international scale: The sponsorship performance cycle in Formula One racing. *Journal of International Marketing*, 32(3), 23–42. <https://doi.org/10.1177/1069031X241255094>
- Kamien M.I. & Schwartz N.L. (2012). *Dynamic optimization: The calculus of variations and optimal control in economics and management* (2nd ed.). Dover Publications. ISBN: 978-0486481348
- Karaosmanoglu E. & Melewar T. (2006). Corporate communications, identity and image: A research agenda. *Journal of Brand Management*, 14, 196–206. <https://doi.org/10.1057/palgrave.bm.2550060>
- Karpińska-Krakiwiak M. (2013). The impact of consumer knowledge of a company's CSR activities on brand attitude and purchase intention. *Journal of Marketing Communications*, 19(4), 260–276. <https://doi.org/10.1080/13527266.2011.631569>
- Keller K.L. (2001). Building customer-based brand equity: *A blueprint for creating strong brands* (Marketing Science Institute Report No. 01–107). Marketing Science Institute. https://thearf-org-unified-admin.s3.amazonaws.com/MSI/2020/06/MSI_Report_01-107.pdf
- Kottasz R. (2004). How should charitable organizations motivate young professionals to give philanthropically? *International Journal of Nonprofit and Voluntary Sector Marketing*, 9(1), 9–27. <https://doi.org/10.1002/nvsm.230>
- Krstić A. & Đurđević B. (2016). Sponsorship as an instrument of marketing communication (with examples from sport). *SPORT-Science & Practice*, 6(1). http://sportnaukaipraksa.vss.edu.rs/pdf/SNP-06-01-02_EN/SPONSORSHIP.pdf
- Lee E.M. & Yoon S. (2021). Does cultural brand sponsorship pay off? *International Journal of Customer Relationship Marketing and Management*, 12(2), 1–16. <https://doi.org/10.4018/IJCRMM.2021040101>
- Lisanti M. (2024). The regulation of cultural meanings through sponsorship contracts. *Italian Journal of Legal Studies*, 10, 203. <https://theitalianlawjournal.it/data/uploads/10-italj-1-2-2024/203-lisanti.pdf>
- Meenaghan T. (1983). Commercial sponsorship. *European Journal of Marketing*, 17(7), 5–73. <https://doi.org/10.1108/EUM0000000004825>
- Nemetz S.L. (2006). Gifting Cultural Property in Canada: Testing a Tax Expenditure. *Can. B. Rev.*, 85, 457.
- Nickell D. & Johnston W.J. (2020). An attitudinal approach to determining sponsorship ROI. *Marketing Intelligence & Planning*, 38(1), 61–74. <https://doi.org/10.1108/MIP-11-2018-0512>
- Nielsen Sports. (2021). *Return on Sponsorship Investment*. <https://niensports.com/return-on-sponsorship-investment/>
- O'Hagan J. & Harvey D. (2000). Why Do Companies Sponsor Arts Events? Some Evidence and a Proposed Classification. *Journal of Cultural Economics*, 24, 205–224. <https://doi.org/10.1023/A:1007653328733>
- Olson E.L. & Thjømøe H.M. (2009). Sponsorship effect metric: Assessing the financial value of sponsoring by comparisons to television advertising. *Journal of the Academy of Marketing Science*, 37(4), 504–515. <https://doi.org/10.1007/s11747-009-0147-z>
- Pedreira Menéndez J. (2021). Soluciones de las comunidades autónomas de régimen general a algunas deficiencias de la Ley 49/2002 de régimen fiscal de las entidades no lucrativas en el ámbito del mecenazgo cultural. *Revesco. Revista de Estudios Cooperativos*, 138, 1–21. <https://doi.org/10.5209/reve.75565>
- Pereira S. Jr. (2020). *The Monument Brands: Examining Luxury Brand Investment in Cultural Legacy Programs* (Publication No. 28023987) [Doctoral dissertation, Southern New Hampshire University]. ProQuest Dissertations and Theses Global.
- Pham M.T. (1991). The evaluation of sponsorship effectiveness: A model and some methodological considerations. *Gestion 2000*, 7(4), 47–65.
- Schuster J M. (2006). Tax Incentives in Cultural Policy. In Ginsburgh, V. & Throsby D. (Eds.), *Handbook of the Economics of Art and Culture* (Vol. 1, pp. 404–454). Elsevier. [https://doi.org/10.1016/S1574-0676\(06\)01036-2](https://doi.org/10.1016/S1574-0676(06)01036-2)
- Sciullo G. (2022). Patrimonio culturale e PSPP secondo il Codice dei contratti / The public-private partnership on cultural heritage after the Code of public contracts. *Il capitale culturale. Studies on the Value of Cultural Heritage*, 79–92. <https://doi.org/10.13138/2039-2362/2868>

- Sethi S.P. & Thompson G.L. (2005). *Optimal control theory: Applications to management science and economics* (2nd ed.). Springer. <https://doi.org/10.1007/0-387-29903-3>
- Settembre Blundo D., García-Muiña F.E., Fernández del Hoyo A.P., Riccardi M.P. & Maramotti Politi A.L. (2023). Sponsorship and patronage and beyond: PPP as an innovative practice in the management of cultural heritage. *Journal of Cultural Heritage Management and Sustainable Development*, 7(2), 147–163. <https://doi.org/10.1108/JCHMSD-08-2016-0045>
- Simonin B.L. & Ruth J.A. (1998). Is a company known by the company it keeps? Assessing the spillover effects of brand alliances on consumer brand attitudes. *Journal of Marketing Research*, 35(1), 30–42. <https://doi.org/10.1177/002224379803500105>
- Spendesk. (2023, November 14). *Marketing spend statistics: How much should you invest?* <https://www.spendesk.com/blog/marketing-spend-statistics/>
- Sylvestre C.M. & Moutinho L. (2007). Leveraging Associations: The Promotion of Cultural Sponsorships. *Journal of Promotion Management*, 13(3–4), 281–303. <https://doi.org/10.1080/10496490802308497>
- Telesetsky A. (2010). Corporate foundations and US cultural heritage: Role of US corporate in protecting and promoting the built cultural heritage sector. *Aedon*, (1), 0–0. <https://doi.org/10.7390/31725>
- Torrieri F., Crisopulli A. & Rossitti M. (2025). Assessing the feasibility of PPPs for cultural heritage enhancement in UNESCO sites: The case of Matera (Italy). *Land*, 14, 898. <https://doi.org/10.3390/land14040898>
- Ventura C., Cassalia G. & Della Spina L. (2016). New models of public-private partnership in cultural heritage sector: Sponsorships between models and traps. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 223, 257–264. <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2016.05.361>
- Veronelli M. (2015). *Le sponsorizzazioni culturali come forma di partenariato pubblico-privato*. In G. Trupiano (a cura di), *La finanza della cultura: la spesa, il finanziamento e la tassazione* (pp. 57–69). Roma Tre Press. <https://doi.org/10.13134/978-88-97524-37-3/4>
- Vining A.R. & Weimer D.L. (2019). The value of high school graduation in the United States: Per-person shadow price estimates for use in cost–benefit analysis. *Administrative Sciences*, 9(4), 81. <https://doi.org/10.3390/admsci9040081>
- Voss G.B. & Voss, Z.G. (2000). Strategic orientation and firm performance in an artistic environment. *Journal of Marketing*, 64(1), 67–83. <https://doi.org/10.1509/jmkg.64.1.67.17993>
- Walliser B. (2003). An international review of sponsorship research: extension and update. *International Journal of Advertising*, 22(1), 5–40. <https://doi.org/10.1080/02650487.2003.11072838>
- Zhai Y. (2025). *An introduction to Lagrange multipliers: Theory and applications in economics*. *Journal of Economic Methods*, 17(1), 45–62. <https://doi.org/10.61173/ch4v0m11>
- Žuvela A., Šveb Dragija M. & Jelinčić D.A. (2023). Partnerships in heritage governance and management: Review study of public–civil, public–private and public–private–community partnerships. *Heritage*, 6, 6862–6880. <https://doi.org/10.3390/heritage6100358>